

1-  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  fonksiyonu için;

- Asimptotlarını bulunuz.
- Artan yada azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.
- Bükeyliğinin yönünü belirleyiniz.
- Grafiğini çiziniz.

SÜRE: 15 dk. (5+5+5+5=20 puan)

ÇÖZÜM:  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  dir.

a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x-1} = -\infty$      $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x}{x-1} = +\infty$  olup  $x=1$  diğrisi diğrey asimptot.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-1} = 1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-1}$  olup  $y=1$  diğrisi yatay asimptot.

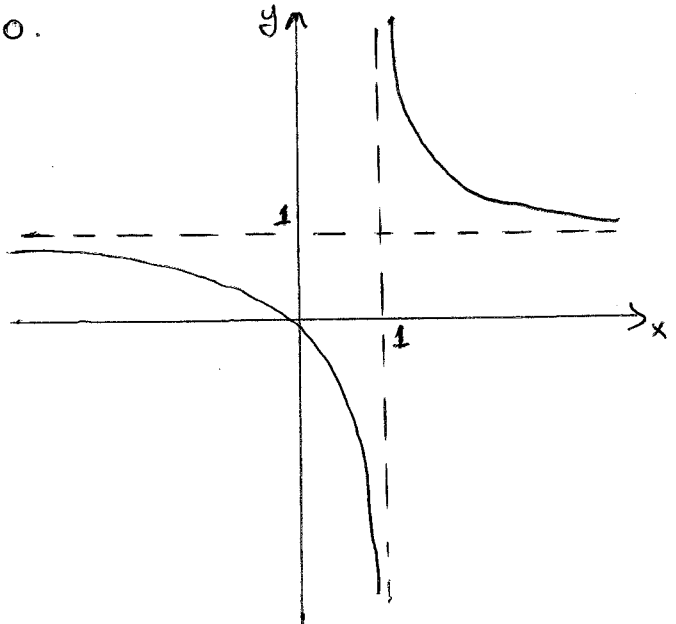
b)  $f'(x) = \frac{x-1-x}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0$  olduğundan  
f her yerde azalan.

c)  $f''(x) = \frac{2(x-1)}{(x-1)^4}$  olup

$x > 1$  için  $f''(x) > 0$  (bükeylik yukarı diğrisi)

$x < 1$  için  $f''(x) < 0$  (bükeylik aşağı diğrisi)

d)  $x=0$  için  $y=0$ .



1-  $f(x) = \frac{2-x}{x-1}$  fonksiyonu için;

- Asimptotlarını bulunuz.
- Artan yada azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.
- Bükeyliğinin yönünü belirleyiniz.
- Grafğini çiziniz.

SÜRE: 15 dk. (5+5+5+5=20 puan)

ÇÖZÜM:  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$  dir.

$$d) \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2-x}{x-1} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2-x}{x-1} = +\infty \text{ olup}$$

$x=1$  doğrusu dikey asimptot.

$$" \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x}{x-1} = -1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2-x}{x-1} \text{ olup } y=-1 \text{ doğrusu yatay asimptot.}$$

$$b) f'(x) = \frac{-(x-1) - (2-x)}{(x-1)^2} = \frac{-x+1-2+x}{(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0 \text{ olduğundan}$$

$f$  her yerde azalmandır.

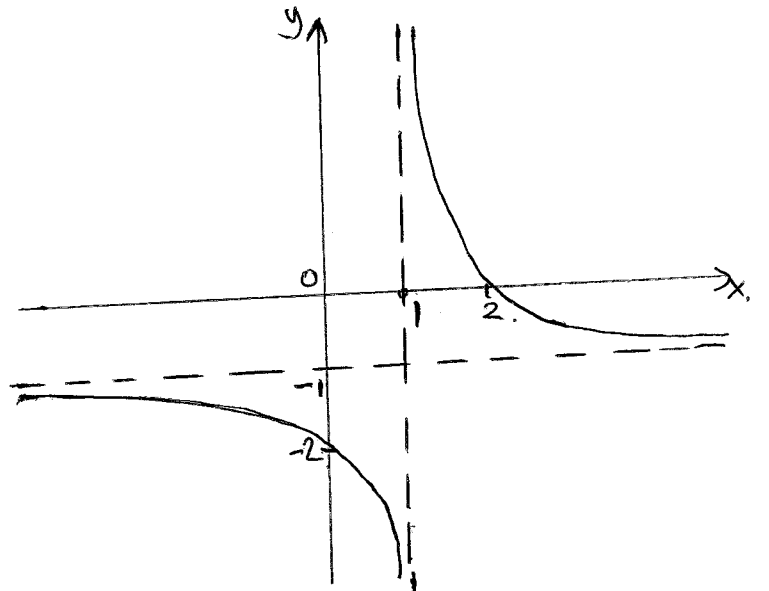
$$c) f''(x) = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2} \text{ olup.}$$

$$x > 1 \text{ için } f''(x) > 0$$

$$x < 1 \text{ için } f''(x) < 0$$

(bükeylik yukarı doğru)  
(bükeylik aşağı doğru)

$$d). \begin{aligned} x=0 \text{ için } y &= -2 \\ y=0 \text{ için } x &= 2 \end{aligned}$$



1-  $f(x) = \frac{1-x}{x+1}$  fonksiyonu için;

- Asimptotlarını bulunuz.
- Artan yada azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.
- Bükeyliğinin yönünü belirleyiniz.
- Grafliğini çiziniz.

SÜRE: 15 dk. (5+5+5+5=20 puan)

ÇÖZÜM:  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

$$a) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1-x}{x+1} = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{1-x}{x+1} = +\infty. \text{ olup}$$

$x = -1$  dikey asimptot.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1-x}{x+1} = -1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-x}{x+1} \text{ olup } y = -1 \text{ yatay asimptot.}$$

$$b) f'(x) = \frac{-(x+1) - (1-x)}{(x+1)^2} = \frac{-x-1-1+x}{(x+1)^2} = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0$$

olduğundan  $f$  her yerde azalmandır.

$$c) f''(x) = \frac{4(x+1)}{(x+1)^4} \text{ olup}$$

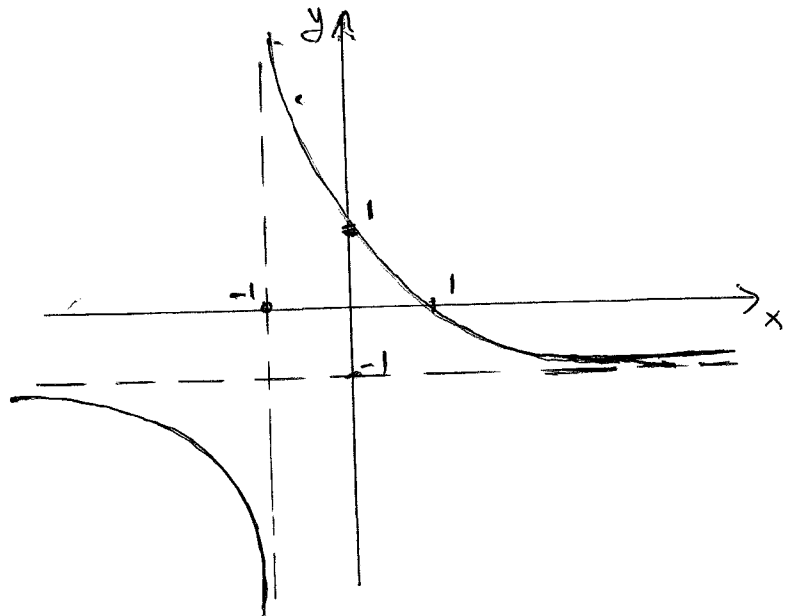
$$x > -1 \text{ için } f''(x) > 0 \text{ (bükeylik yukarı doğru)}$$

$$x < -1 \text{ için } f''(x) < 0 \text{ (bükeylik aşağı doğru)}$$

d)

$$x=0 \text{ için } y=1$$

$$y=0 \text{ için } x=1$$



1-  $f(x) = \frac{2x}{x+1}$  fonksiyonu için;

- Asimptotlarını bulunuz.
- Artan yada azalan olduğu aralıkları belirleyiniz.
- Bükeyliğinin yönünü belirleyiniz.
- Grafliğini çiziniz.

SÜRE: 15 dk. (5+5+5+5=20 puan)

ÇÖZÜM:  $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$  dir.

$$a) \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x}{x+1} = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x}{x+1} = -\infty \text{ olup.}$$

$x = -1$  doğrusu dikey asimptot.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{x+1} = 2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{x+1} \text{ olup}$$

$y = 2$  doğrusu yatay asimptot.

$$b) f'(x) = \frac{2(x+1) - 2x}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0 \text{ olduğundan}$$

$f$  her yerde artandır.

$$c) f''(x) = \frac{-4(x+1)}{(x+1)^4} \text{ olup.}$$

$x > -1$  için  $f''(x) < 0$  (Bükeylik aşağı doğru)

$x < -1$  için  $f''(x) > 0$  (Bükeylik yukarı doğru)

$$d) x=0 \Leftrightarrow y=0.$$

