Öğrenci Bilgileri

Numarası

Adı Soyadı

Fakülte

Bölüm

Oturum Bilgileri

Yerleşke

Salon

Bina

Sıra No

Sorular

SÜRE: 90 dk.

MAT-101 MATEMATİK -I DERSİ BÜTÜNLEME SINAVI

BAŞARILAR

1	2	3	4	5	Toplam	GİRMEDİ

İmza:

1-

a) (12P) $\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x}{\sin x}=?$ $\left[\frac{0}{0}\right]$ belirsizliği var.

I. yolu: $\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x}{\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{x}{\sin x}\cdot\underbrace{\lim_{x\to 0}\cos x}_{=1}$

$=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\frac{\sin x}{x}}\cdot 1=\frac{1}{\underbrace{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}}_{=1}}=\boxed{1}$

II. yolu:

(L'Hosp. ile)

$\lim_{x\to 0}\frac{x\cos x}{\sin x}=\lim_{x\to 0}\frac{\cos x-x\sin x}{\cos x}=\frac{1-0}{1}=\frac{1}{1}=\boxed{1}$

b) (12P) $f(x)=\begin{cases}\frac{|x-1|}{x-1} & :x\neq 1\\ 0 & :x=1\end{cases}$ olduğuna göre

$\lim_{x\to 1^-}f(x)+\lim_{x\to 4}f(x)+f(-2)=?$

($x<1$ için $x-1<0$)

$\lim_{x\to 1^-}f(x)=\lim_{x\to 1^-}\frac{|x-1|}{x-1}=\frac{-\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}=-1$ ve

$\lim_{x\to 4}f(x)=\lim_{x\to 4}\frac{|x-1|}{x-1}=\frac{|4-1|}{4-1}=\frac{3}{3}=\boxed{1}$ ve

(f, $x=4$ de sürekli)

$f(-2)=\frac{|-2-1|}{-2-1}=\frac{|-3|}{-3}=\frac{3}{-3}=-1.$

Buna göre

$\lim_{x\to 1^-}f(x)+\lim_{x\to 4}f(x)+f(-2)=-1+1-1=\boxed{-1}$

2-

a) (12P) $y=\ln\sqrt{x}$ **fonksiyonunun grafiğine** $x=1$ **noktasında teğet olan doğrunun denklemini bulunuz.**

$y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2x}$ olup $y'|_{x=1} = \frac{1}{2}$ dir.

$y_0 = \ln\sqrt{1} = 0$ olup.

$x=1$ noktasındaki teğet denklemi

$y = \left(y'|_{x=1}\right)(x-1) + 0$

$\Rightarrow y = \frac{1}{2}(x-1) \Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}}$ olur.

b) (12P) $y=e^{\tan x}$ **ise** $y''=?$

$y' = e^{\tan x} \cdot \sec^2 x$

$y'' = e^{\tan x} \cdot \sec^2 x \cdot \sec^2 x + e^{\tan x} \cdot 2\sec x \cdot \sec x \cdot \tan x$

$= \boxed{e^{\tan x} \cdot \sec^2 x \,(\sec^2 x + 2\tan x)}$

3-

(a) (12P) $\int x\sqrt{9-x^2}\,dx = ?$

I. yol: $\left(u^2 = 9 - x^2 \text{ dersek } \quad 2u\,du = -2x\,dx \right.$
$\left. \Rightarrow -u\,du = x\,dx. \right)$

$$\int x\sqrt{9-x^2}\,dx = -\int \sqrt{u^2}\,.\,u\,du = -\int u^2\,du = -\frac{u^3}{3} + c = \boxed{-\frac{(9-x^2)^{3/2}}{3} + c.}$$

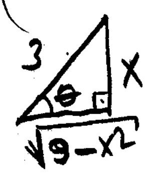
II. yol: $x = 3.\sin\theta \Rightarrow dx = 3\cos\theta\, d\theta.$

$$\int x\sqrt{9-x^2}\,dx = \int 3\sin\theta\,.\,\underbrace{\sqrt{9-9\sin^2\theta}}_{3.\cos\theta}\,.\,3.\cos\theta\,d\theta$$

$$= 27\int \sin\theta\,\cos^2\theta\,d\theta = -27\int u^2\,du.$$

$(u = \cos\theta \Rightarrow du = -\sin\theta\,d\theta)$

$$= -27\,\frac{u^3}{3} + c = -9\,(\cos\theta)^3 + c.$$



$$= -9\left(\frac{\sqrt{9-x^2}}{3}\right)^3 = \boxed{-\frac{(9-x^2)^{3/2}}{3} + c}$$

b) (12P) $\int_0^1 \left(\sqrt{x} + 2^x\right)dx = ?$

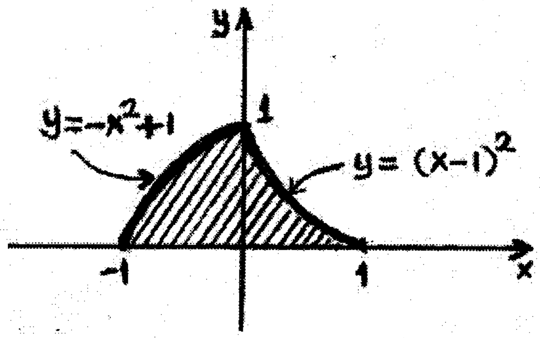
$$= \int_0^1 x^{1/2}\,dx + \int_0^1 2^x\,dx$$

$$= \left(\frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}}\right)\Bigg|_0^1 + \left(\frac{2^x}{\ln 2}\right)\Bigg|_0^1$$

$$= \frac{2}{3}(1-0) + \frac{1}{\ln 2}\,(\underbrace{2^1 - 2^0}_{2-1})$$

$$= \boxed{\frac{2}{3} + \frac{1}{\ln 2}.}$$

4-



Şekilde, $y=-x^2+1$ **ve** $y=(x-1)^2$ **eğrileri ve** $x-$ **ekseni ile sırlı taralı bölge veriliyor.**

a) (12P) Taralı bölgenin alanını bulunuz.

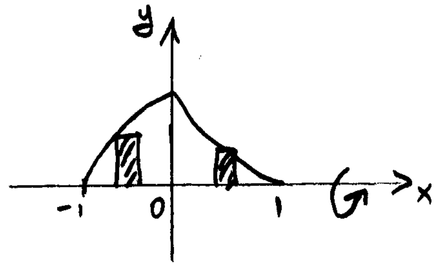
$$A=\int_{-1}^{0}(-x^2+1)\,dx+\int_{0}^{1}(x-1)^2\,dx.$$

$$=\left(-\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_{-1}^{0}+\frac{(x-1)^3}{3}\Big|_{0}^{1}$$

$$=0+\frac{(-1)^3}{3}-(-1)+\frac{(1-1)^3}{3}-\frac{(0-1)^3}{3}$$

$$=-\frac{1}{3}+1+0-\frac{(-1)^3}{3}=\cancel{-\frac{1}{3}}+1+\frac{1}{3}=\boxed{1}\ \text{br}^2 \text{ olur.}$$

b) (12P) Taralı bölgenin $x-$ **ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşturulan dönel cismin hacmini bulunuz.**



$$\Delta V_x=\pi(-x^2+1)^2\Delta x+\pi\left[(x-1)^2\right]^2\Delta x$$

$$V=\pi\int_{-1}^{0}(-x^2+1)^2\,dx+\pi\int_{0}^{1}(x-1)^4\,dx.$$

$$=\pi\left[\int_{-1}^{0}(x^4-2x^2+1)\,dx+\int_{0}^{1}(x-1)^4\,dx\right]$$

$$=\pi\left[\left(\frac{x^5}{5}-\frac{2}{3}x^3+x\right)\Big|_{-1}^{0}+\left(\frac{(x-1)^5}{5}\Big|_{0}^{1}\right)\right]$$

$$=\pi\left[\left(0-\frac{(-1)^5}{5}+\frac{2}{3}(-1)^3-(-1)\right)+0-\frac{(-1)^5}{5}\right]$$

$$=\pi\left[\left(\frac{1}{5}-\frac{2}{3}+1\right)+\frac{1}{5}\right]=\boxed{\frac{11}{15}\pi}\ \text{br}^3$$

5-

a) (12P) Aşağıda verilen ifadelerin DOĞRU yada YANLIŞ olup olmadığını belirleyiniz.

(i) $\frac{d}{dx}\left(\int_0^1 f(x)\,dx\right)=0$ (.DOĞRU)

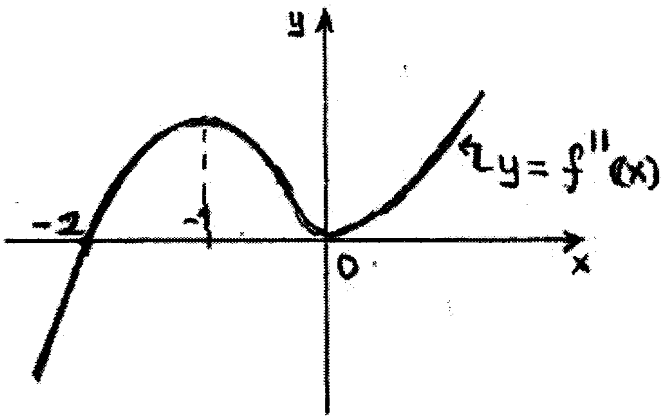
(ii) $f: IR \to IR, \quad f(x)=x^4+1$ **fonksiyonunun tersi vardır.** (YANLIŞ.)

(iii) f, $[a,b]$ **aralığında integrallenebilir ise** $[a,b]$ **de süreklidir.** (YANLIŞ.)

(iv) $\begin{cases} x=\sin\theta \\ y=\cos\theta \end{cases}$ $(0\le\theta\le\pi/2)$, **ise** $\frac{dy}{dx}=-\tan\theta$ **dir.** (DOĞRU.)

b) (12P)

f **fonksiyonunun ikinci türevi** f'' **fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.**



Grafiğe göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

(i) f **nin büküm noktası (noktaları)** .X=.-2.. **dir.**

(ii) f , (-∞, -2) **aralığında aşağı doğru iç bükeydir.**

(iii) $y = f'(x)$ **fonksiyonu** (-∞, -2) **aralığında azalandır.**