MAT 101 (4. Habersiz Sınav) **1.Grup (8:30-10:20)** **6/12/2013**

1- $f(x)$ fonksiyonunun $[1,2]$ aralığı üzerindeki ortalama değeri 2/3 olduğuna göre $\int_1^2 (f(x)+x^2)dx$ integralinin değerini bulunuz.

2- $\int \frac{\cos x . \ln(\sin x)}{\sin x} dx = ?$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- f(x) in [1,2] üzerindeki ortalama değeri $\frac{2}{3}$ olduğuna göre $\frac{2}{3} = \frac{1}{2-1}\int_1^2 f(x)\,dx \Rightarrow \int_1^2 f(x)\,dx = \frac{2}{3}$ dür.

$$\int_1^2 (f(x)+x^2)\,dx = \int_1^2 f(x)\,dx + \int_1^2 x^2\,dx = \frac{2}{3} + \left(\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^2$$

$$= \frac{2}{3} + \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) = \frac{9}{3} = \boxed{3} \text{ olur.}$$

2- $u = \ln(\sin x) \Rightarrow du = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x\,dx$.

$$\int \frac{\cos x \ \ln(\sin x)}{\sin x}\,dx = \int u\,du = \frac{u^2}{2} + c$$

$$= \frac{[\ln(\sin x)]^2}{2} + c.$$

MAT 101 (4. Habersiz Sınav) **2.Grup (10:30-12:20)** 6/12/2013.

1- $f(x)$ fonksiyonunun $[0, \pi/2]$ aralığı üzerindeki ortalama değeri $2/\pi$ olduğuna göre $\int_0^{\pi/2}(\cos x + f(x))dx$ integralinin değerini bulunuz.

2- $\int e^x \sin(e^x+1)dx = ?$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- $f(x)$ in $[0, \pi/2]$ aralığı üzerindeki ortalama değeri $2/\pi$ olduğuna göre $\frac{2}{\pi} = \frac{1}{\frac{\pi}{2}-0}\int_0^{\pi/2} f(x)dx$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{2}{\pi}}\cdot\cancel{\frac{\pi}{2}} = 1 = \int_0^{\pi/2} f(x)\,dx \text{ olur.}$$

$$\int_0^{\pi/2}(\cos x + f(x))\,dx = \int_0^{\pi/2}\cos x\,dx + \int_0^{\pi/2} f(x)\,dx$$

$$= \sin x\Big|_0^{\pi/2} + 1 = \left(\sin\frac{\pi}{2} - \cancel{\sin 0}^{\,0}\right) + 1$$

$$= 1+1 = \boxed{2} \text{ olur.}$$

2- $u = e^x+1 \Rightarrow du = e^x . dx.$

$$\int e^x \sin(e^x+1)\,dx = \int \sin u . du = -\cos u + c.$$

$$= -\cos(e^x+1)+c.$$

MAT 101 (4. Habersiz Sınav) **3.Grup (13:30-15:20)** **6/12/2013**

1- $f(x)$ fonksiyonunun $[0,2]$ aralığı üzerindeki ortalama değeri $1/12$ olduğuna göre $\int_0^2 (x^3 - 2f(x))dx$ integralinin değerini bulunuz.

2- $\int \frac{\sin x \cos x}{1+\sin^2 x} dx = ?$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- $f(x)$ in $[0,2]$ aralığı üzerindeki ortalama değeri $\frac{1}{12}$ olduğuna göre

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{2-0}\int_0^2 f(x)\,dx \Rightarrow \frac{\cancel{2}}{\cancel{12}} = \frac{1}{6} = \int_0^2 f(x)\,dx \text{ olur.}$$

$$\int_0^2 (x^3 - 2f(x))dx = \int_0^2 x^3 dx - 2\int_0^2 f(x)\,dx$$

$$= \frac{x^4}{4}\Big|_0^2 - \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{6}} = \frac{16}{4} - \frac{1}{3}$$

$$= 4 - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{11}{3}} \text{ bulunur.}$$

2- $\left(u = 1+\sin^2 x \Rightarrow du = 2\sin x \cdot \cos x\, dx \Rightarrow \frac{du}{2} = \sin x \cdot \cos x\, dx \right)$

$$\int \frac{\sin x \cos x}{1+\sin^2 x} dx = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} = \frac{1}{2}\ln u + c.$$

$$= \ln\sqrt{1+\sin^2 x} + c.$$

MAT 101 (4. Habersiz Sınav) **4.Grup (15:30-17:20)** **6/12/2013**

1- $f(x)$ fonksiyonunun $[0, \pi]$ aralığı üzerindeki ortalama değeri 2 olduğuna göre $\int_0^{\pi}(\frac{1}{2}f(x)-\sin x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

2- $\int \frac{\ln\sqrt{x}}{2x}dx = ?$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- f(x) in $[0,\pi]$ aralığı üzerindeki ortalama değeri 2 olduğuna göre $2=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)dx \Rightarrow 2\pi=\int_0^{\pi} f(x)\,dx$. olur.

$$\int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2}f(x)-\sin x\right)dx=\frac{1}{2}\int_0^{\pi} f(x)\,dx-\int_0^{\pi}\sin x\,dx.$$

$$=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\cancel{2}\pi-(-\cos x)\Big|_0^{\pi}$$

$$=\pi+\cos x\Big|_0^{\pi}=\pi+(\cos\pi-\cos 0)$$

$$=\pi+(-1-1)=\boxed{\pi-2}$$ bulunur.

2- $u=\ln\sqrt{x} \Rightarrow du=\frac{1}{\sqrt{x}}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x}}dx.$

$$\Rightarrow du=\frac{1}{2x}dx$$

$$\Rightarrow \int\frac{\ln\sqrt{x}}{2x}dx=\int u\,.du=\frac{u^2}{2}+c=\frac{(\ln\sqrt{x})^2}{2}+c$$

olur.