

1- a) (10P) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x+1|-2}}$ fonksiyonunun tanım kümesini bulunuz.

$|x+1|-2 > 0$ olmalı.

$\Rightarrow |x+1| > 2 \Leftrightarrow 2 < x+1$ veya $x+1 < -2$ dur.

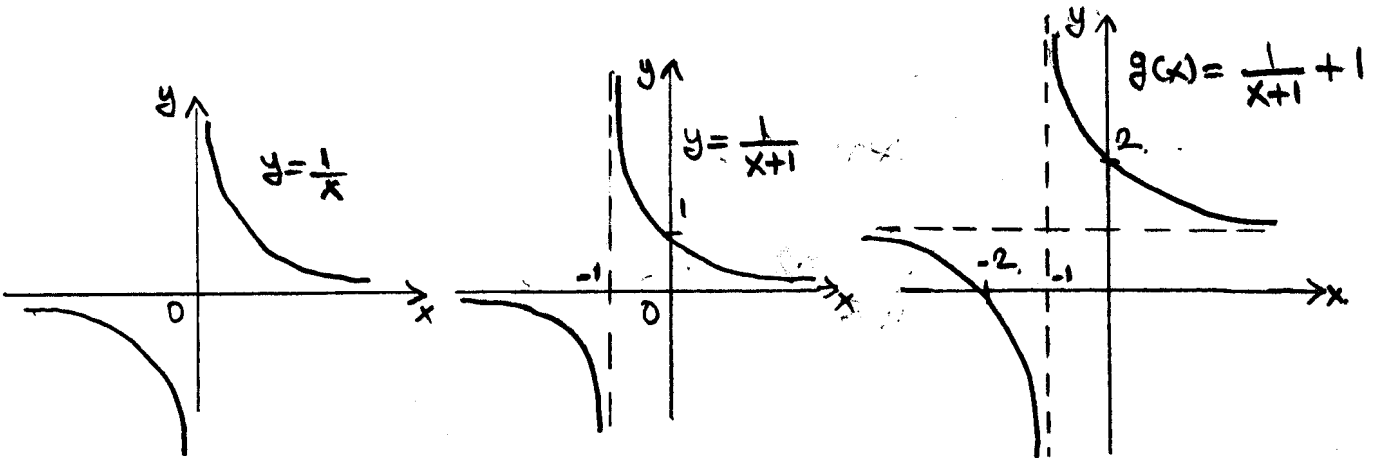
$\Leftrightarrow 1 < x$ veya $x < -3$

Buna göre f 'nin tanım kümesi

$(-\infty, -3) \cup (1, \infty)$ aralığı olur.

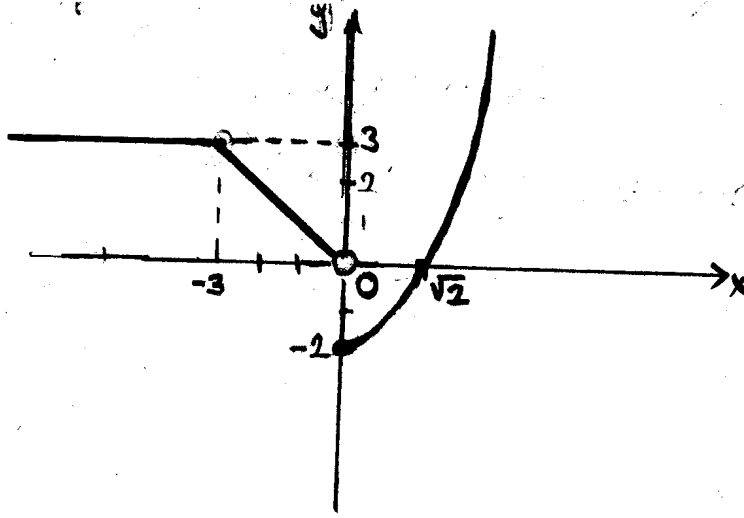
b) (10P) $g(x) = \frac{1}{x+1} + 1$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

$g(x)$ fonksiyonunun grafiği; $y = \frac{1}{x}$ fonksiyonunun 1 birim yatay olarak sola ve onunda bir birim dikey olarak yukarı kaydırılmasıdır.



$$2- f(x) = \begin{cases} 3 & : x < -3 \\ -x & : -3 \leq x < 0 \\ x^2 - 2 & : 0 \leq x \end{cases} \text{ fonksiyonunu veriliyor.}$$

a) (10P) f fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



b) (10P) $x = -3$ ve $x = 0$ noktalarında fonksiyon sürekli olur mu? Neden?

$x = -3$ ve $x = 0$ noktalarında f tanımlı.

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^+} -x = 3 = \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -3^-} 3 = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 3 \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 3 = f(-3) \text{ olduğundan}$$

$x = -3$ de f sürekli dir.

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2 - 2) = -2 \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (-x) = 0.$$

olupundan

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ yoktur. $\Rightarrow x = 0$ de f sürekli değildir.

3- (a) (10P) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+4}-2}{2x} = ?$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{3x+4}-2)(\sqrt{3x+4}+2)}{2x(\sqrt{3x+4}+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x+4-4}{2x(\sqrt{3x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{2x(\sqrt{3x+4}+2)}$$

$$= \frac{3}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{3x+4}+2}$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} = \boxed{\frac{3}{8}}$$

b) (10P) $f(x) = \frac{2x^2+3x-1}{x^2-1}$ fonksiyonunun tüm asimptotlarını bulunuz.

(Pay ve paydanın dereceleri eşit)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2+3x-1}{x^2-1} = 2, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2+3x-1}{x^2-1} = 2$$

olduğundan $\boxed{y=2}$ doğrusu f 'nin yatay asimptotu olur.

$x=-1$ ve $x=1$ de payda sıfır oluyor.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2+3x-1}{x^2-1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2+3x-1}{x^2-1} = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x^2+3x-1}{x^2-1} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x^2+3x-1}{x^2-1} = -\infty.$$

olduğundan.

$\boxed{x=-1}$ ve $\boxed{x=1}$ doğruları f için düzyen asimptotlar olurlar.

4- a) (10P)

$f(x) = \cos^2 x + \sqrt{x+1}$ fonksiyonunun grafiğine $x=0$ noktasında teğet olan doğrunun denklemini bulunuz.

$$f'(x) = -2 \cos x \cdot \sin x + \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = -\sin 2x + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

$$f(0) = \cos^2 0 + \sqrt{0+1} = 1 + 1 = 2.$$

$$f'(0) = 0 + \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2}.$$

Duna göre $x=0$ noktasında f 'nin grafiğine teğet olan doğru;

$$y = f'(0)(x-0) + f(0)$$

$$\Rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x + 2} \text{ olur.}$$

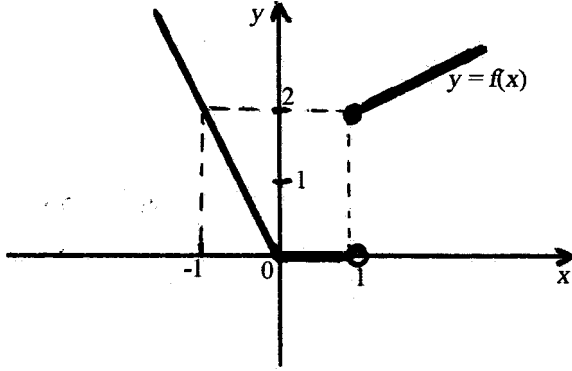
b) (10P) $g(x) = \tan\left(\frac{x^2-2}{x-5}\right)$ ise $g'(x) = ?$

$$\begin{aligned} g'(x) &= \sec^2\left(\frac{x^2-2}{x-5}\right) \cdot \frac{d}{dx}\left(\frac{x^2-2}{x-5}\right) \\ &= \sec^2\left(\frac{x^2-2}{x-5}\right) \cdot \left(\frac{2x(x-5) - (x^2-2)}{(x-5)^2}\right) \\ &= \sec^2\left(\frac{x^2-2}{x-5}\right) \cdot \left(\frac{2x^2 - 10x - x^2 + 2}{(x-5)^2}\right) \\ &= \frac{x^2 - 10x + 2}{(x-5)^2} \cdot \sec^2\left(\frac{x^2-2}{x-5}\right) \end{aligned}$$

5-

a) (10P) $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.

Grafiğe göre aşağıdaki boşlukları doldurunuz.



i) $g(x) = 2x + 1$ ise $g(f(1)) = \dots\dots\dots 5 \dots\dots\dots$ dir

ii) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots$ dir.

iii) f fonksiyonu $\dots\dots\dots x=1 \dots\dots\dots$ noktalarında (noktasında) sürekli değildir.

iv) f fonksiyonu $\dots\dots\dots x=0, x=1 \dots\dots\dots$ noktalarında (noktasında) türevlenemez.

b) (10P) Aşağıda verilen ifadelerin **doğru** ya da **yanlış** olup olmadığını belirleyiniz.

i) $f(x) = x^3 + \sin x$ fonksiyonu tek fonksiyondur

(DOĞRU)

ii) $y = 2x + 1$ doğrusu, bir g fonksiyonunun grafiğinin $x = 1$

noktasından geçen teğeti olduğuna göre $g(1) = 4$ olur.

(YANLIŞ)

iii) $f(x) = x^3 + 2$ fonksiyonu $(-\infty, \infty)$ aralığında azalandır.

(YANLIŞ)

iv) $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{5}$ ile $2y + 6x + 3 = 0$ doğruları bir birine diktir.

(DOĞRU)