MAT 102 (1. Habersiz Sınav) **Grup I** **(10:30-12:20)** **28/2/2014**

1- $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-1)^n n^2}{n^2+n^3+1}=?$

2- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^n}{(2n)!}$ serisinin yakınsak ya da ıraksak olup olmadığını araştırınız.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- Sıkıştırma teoremi kullanılarak;

$n=1,2,3,\ldots$ için.

$$-\frac{n^2}{n^4+n^3+1}\le\frac{(-1)^n n^2}{n^4+n^3+1}\le\frac{n^2}{n^4+n^3+1}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n^4+n^3+1}=\lim_{n\to\infty}\frac{\cancel{n^2}}{n^3\left(\frac{1}{n}+1+\frac{1}{n^3}\right)}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n.\left(\frac{1}{n}+1+\frac{1}{n^3}\right)}$$

$$=0=\lim_{n\to\infty}-\frac{n^2}{n^4+n^3+1}$$ olduğundan

$$\lim_{n\to\infty}\frac{(-1)^n n^2}{n^4+n^3+1}=0$$ olur.

Veya $\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{(-1)^n n^2}{n^2+n^4+1}\right|=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^2}{n^4+n^3+1}=0$ old. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(-1)^n n^2}{n^4+n^3+1}=0$

2- Oran testinden

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{5^{n+1}}{(2n+2)!}}{\frac{5^n}{(2n)!}}=\lim_{n\to\infty}\frac{\cancel{5^n}.5.\cancel{(2n)!}}{\cancel{5^n}.(2n+2)(2n+1)\cancel{(2n)!}}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{5}{(2n+2)(2n+1)}=0<1$$ olduğundan

$\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^n}{(2n)!}$ yakınsaktır.

MAT 102 (1. Habersiz Sınav) **Grup II (13:30-15:20)** **28/2/2014**

1- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\cos n}{2^n+1} = ?$

2- Yakınsak ise $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[2\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1} + \dfrac{2^{n-1}}{3^n}\right]$ değerini bulunuz.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- Sıkıştırma teoremini kullanalım.

Her $n=1,2,3,\ldots$ için

$$-\frac{1}{2^n+1} \le \frac{\cos n}{2^n+1} \le \frac{1}{2^n+1} \quad \text{olup}$$

$$\lim_{n\to\infty} -\frac{1}{2^n+1} = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{2^n+1} = 0 \quad \text{olduğundan}$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\cos n}{2^n+1} = 0 \text{ dır.}$$

2- $(|\frac{1}{2}|<1$ old. yak$)$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{2}{1-\frac{1}{2}} = \boxed{4}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{3^n} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{3}\,\frac{1}{1-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\,\frac{1}{\frac{1}{3}} = 1.$$

$(|\frac{2}{3}|<1$ old. seri yak$)$

Her iki seri yakınsak olduğundan

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left[2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \frac{2^{n-1}}{3^n}\right] = \sum_{n=1}^{\infty} 2\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^{n-1}}{3^n}$$

$$= 4+1 = \boxed{5}$$

MAT 102 (1. Habersiz Sınav) **Grup III (15:30-17:20)** **28/2/2014**

1- $\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{e^n+2} = ?$

2- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^3+5n}$ serisinin yakınsak ya da ıraksak olup olmadığını araştırınız.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- $\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{e^n+2} = \lim_{x\to\infty} \frac{x+1}{e^x+2} \overset{\text{L'Hosp}}{=} \lim_{x\to\infty} \frac{1}{e^x} = 0$ olur.

($\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$ bel. var)

$\left(f(x) = \frac{x+1}{e^x+2},\ f(n) = a_n \right)$

2- Her $n = 1, 2, 3, \ldots$ için

$0 < \frac{n}{n^3+5n} \leq \frac{n}{n^3} = \frac{1}{n^2}$ olup

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ yakınsak olduğundan (p-seri testi $p=2>1$)

karşılaştırma testinden

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+5n}$ yakınsak olur.

MAT 102 (1. Habersiz Sınav) **Grup IV (17:30-19:20)** **28/2/2014**

1- $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-5^{n+1}}{5^n}=?$

2- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{n^\pi}$ serisinin yakınsak ya da ıraksak olup olmadığını belirleyiniz.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n-5^{n+1}}{5^n}=\underbrace{\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2}{5}\right)^n}_{=0}-\underbrace{\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5.\cancel{5^n}}{\cancel{5^n}}}_{=5}$

$=0-5=\boxed{-5}$

2- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{n^\pi}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^{\pi-2}}$ olup

$p=\pi-2>1$ olup p- seri testinden

seri yakınsak olur.