

$f(x, y) = e^{y(x+1)}$ fonksiyonu veriliyor.

a) Fonksiyonunun kritik noktalarını bulunuz.

b) Bu noktaların f nin yerel maksimum yada yerel minimum yada eyer noktası olup olmadığını araştırınız.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm!

$$a) f_x(x, y) = e^{y(x+1)} \cdot y, f_y(x, y) = e^{y(x+1)} \cdot (x+1).$$

f nin kritik noktaları $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ olan (x, y) noktaları

olduğundan

$$\begin{cases} e^{y(x+1)} \cdot y = 0 \\ e^{y(x+1)} \cdot (x+1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} e^{y(x+1)} \neq 0 \text{ olduğundan } y = 0 \\ \dots \dots \dots \text{ ve } x+1 = 0 \Rightarrow x = -1 \text{ olur.} \end{matrix}$$

$(-1, 0)$ f nin kritik noktasıdır.

$$b) f_{xx}(x, y) = e^{y(x+1)} y^2 \Rightarrow f_{xx}(-1, 0) = e^0 \cdot 0 = 0.$$

$$f_{yy}(x, y) = e^{y(x+1)} (x+1)^2 \Rightarrow f_{yy}(-1, 0) = e^0 \cdot 0 = 0$$

$$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = e^{y(x+1)} y(x+1) + e^{y(x+1)}$$

$$\Rightarrow f_{xy}(-1, 0) = 0 + e^0 = 1$$

$$\Delta = f_{xx}(-1, 0) \cdot f_{yy}(-1, 0) - [f_{xy}(-1, 0)]^2 = 0 - 1 = -1 < 0$$

olduğundan

$(-1, 0)$ f nin eyer noktasıdır.

$f(x, y) = y^2 + e^x - x$ fonksiyonu veriliyor.

a) Fonksiyonunun kritik noktalarını bulunuz.

b) Bu noktaların f nin yerel maksimum yada yerel minimum yada eyer noktası olup olmadığını araştırınız.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$a) f_x(x, y) = e^x - 1, f_y(x, y) = 2y$$

f nin kritik noktaları $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ olan (x, y) noktaları olacaktır

$$\begin{cases} e^x - 1 = 0 & \Rightarrow e^x = 1 & \Rightarrow \boxed{x=0} \\ 2y = 0 & \Rightarrow \boxed{y=0} & \text{ bulunur.} \end{cases}$$

$(0, 0)$ f nin kritik noktasıdır.

$$b) f_{xx}(x, y) = e^x \Rightarrow f_{xx}(0, 0) = e^0 = 1$$

$$f_{yy}(x, y) = 2 \Rightarrow f_{yy}(0, 0) = 2.$$

$$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = 0$$

$$\Delta = f_{xx}(0, 0) \cdot f_{yy}(0, 0) - [f_{xy}(0, 0)]^2 = 1 \cdot 2 - 0 = 2 > 0$$

olup $f_{xx}(0, 0) = 1 > 0$ olduğundan

$(0, 0)$ f nin yerel minimum noktasıdır.

$f(x, y) = \ln x + \ln y - x + y$ fonksiyonu veriliyor.

a) Fonksiyonunun kritik noktalarını bulunuz.

b) Bu noktaların f nin yerel maksimum yada yerel minimum yada eyer noktası olup olmadığını araştırınız.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$a) f_x(x, y) = \frac{1}{x} - 1, \quad f_y(x, y) = \frac{1}{y} + 1$$

f nin kritik noktaları $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ olan (x, y) noktaları olacaktır

$$\begin{cases} \frac{1}{x} - 1 = 0 & \Leftrightarrow \frac{1}{x} = 1 & \Leftrightarrow \boxed{x=1} \\ \frac{1}{y} + 1 = 0 & \Leftrightarrow \frac{1}{y} = -1 & \Leftrightarrow \boxed{y=-1} \end{cases}$$

bulunur.

$(1, -1)$ f nin kritik noktasıdır.

$$b) f_{xx}(x, y) = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow f_{xx}(1, -1) = -1$$

$$f_{yy}(x, y) = -\frac{1}{y^2} \Rightarrow f_{yy}(1, -1) = -1$$

$$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = 0 \Rightarrow f_{xy}(1, -1) = 0$$

$$\Delta = f_{xx}(1, -1) \cdot f_{yy}(1, -1) - [f_{xy}(1, -1)]^2 = (-1) \cdot (-1) - 0 = 1 > 0$$

olup, $f_{xx}(1, -1) = -1 < 0$ olduğundan

$(1, -1)$ f nin yerel maksimum noktasıdır.

$f(x, y) = \ln y + e^{x^2} + y$ fonksiyonu veriliyor.

a) Fonksiyonunun kritik noktalarını bulunuz.

b) Bu noktaların f nin yerel maksimum yada yerel minimum yada eyer noktası olup olmadığını araştırınız.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$a) f_x(x, y) = e^{x^2} \cdot 2x, \quad f_y(x, y) = \frac{1}{y} + 1$$

f 'nin kritik noktaları $f_x(x, y) = f_y(x, y) = 0$ olan (x, y) noktaları olduğundan

$$\begin{cases} e^{x^2} \cdot 2x = 0 & \Leftrightarrow (e^{x^2} \neq 0 \text{ old.}) \quad \boxed{x=0} \\ \frac{1}{y} + 1 = 0 & \Leftrightarrow \frac{1}{y} = -1 \Leftrightarrow \boxed{y=-1} \end{cases}$$

$(0, -1)$ f nin kritik noktasıdır.

$$b) f_{xx}(x, y) = e^{x^2} \cdot 4x^2 + 2e^{x^2} \Rightarrow f_{xx}(0, -1) = 0 + 2 \cdot e^0 = 2.$$

$$f_{yy}(x, y) = -\frac{1}{y^2} \Rightarrow f_{yy}(0, -1) = -1$$

$$f_{xy}(x, y) = f_{yx}(x, y) = 0 \Rightarrow f_{xy}(0, -1) = 0$$

$$\Delta = f_{xx}(0, -1) \cdot f_{yy}(0, -1) - [f_{xy}(0, -1)]^2 = 2 \cdot (-1) - 0 = -2 < 0$$

olduğundan

$(0, -1)$ noktası f nin eyer noktasıdır.