

$u = 3i + j$ ve $v = -2i + tj$ vektörleri veriliyor.

a) u ve v nin paralel olmaları için t ne olmalıdır?

b) u ve v nin bir birine dik olmaları için t ne olmalıdır? Bulunuz.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

a) u ve v vektörlerinin paralel olmaları için $u = \lambda v$ olacak biçimde bir $\lambda \in \mathbb{R}$ 'nin var olması gerekir.

$$3i + j = \lambda(-2i + tj) \Leftrightarrow 3 = -2\lambda \text{ ve } 1 = \lambda t$$

(karşılıklı bileşenleri eşit olmalı.)

$$\text{Buradan } \lambda = -\frac{3}{2} \text{ ve } 1 = -\frac{3}{2}t \Rightarrow \boxed{t = -\frac{2}{3}} \text{ bulunur}$$

b) u ve v nin bir birine dik olmaları için

$u \cdot v = 0$ olmalıdır. Buna göre

$$(3i + j) \cdot (-2i + tj) = 3 \cdot (-2) + 1 \cdot t = -6 + t = 0.$$

$$\Rightarrow \boxed{t = 6} \text{ olmalıdır}$$

$u = 2i + j - 2k$ ve $v = -i + j + k$ vektörleri veriliyor.

a) u ve v vektörleri arasındaki θ açısını bulunuz.

b) u vektörü yönünde bir birim vektör bulunuz.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$a) u \cdot v = |u| \cdot |v| \cos \theta \Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{u \cdot v}{|u| \cdot |v|} \right)$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\frac{-2 + 1 - 2}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3}} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{-3}{3\sqrt{3}} \right)$$
$$= \cos^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

b) u vektörü yönünde birim vektör.

$$\hat{u} = \frac{u}{|u|} = \frac{1}{3} (2i + j - 2k) = \frac{2}{3}i + \frac{1}{3}j - \frac{2}{3}k \text{ olur.}$$

\mathbb{R}^3 de $A = (1,0,1)$, $B = (2,1,0)$ ve $C = (0,-1,1)$ noktaları veriliyor.

- a) \overrightarrow{AB} ve \overrightarrow{AC} vektörlerini bulunuz.
b) \overrightarrow{AB} ve \overrightarrow{AC} vektörlerine dik olan bir vektör bulunuz.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a) } \overrightarrow{AB} &= (2-1)\hat{i} + (1-0)\hat{j} + (0-1)\hat{k} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k} \\ \overrightarrow{AC} &= (0-1)\hat{i} + (-1-0)\hat{j} + (1-1)\hat{k} = -\hat{i} - \hat{j} \end{aligned}$$

b) \overrightarrow{AB} ve \overrightarrow{AC} ye dik olan vektör $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$ dir.

Duna göre

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \hat{j} - \hat{k} + \hat{k} - \hat{i} = -\hat{i} + \hat{j} \text{ dir.}$$

$u = i + 2j - k$ ve $v = -i + j - 2k$ vektörleri veriliyor.

- a) $u - 2v$ vektörünü bulunuz.
 b) u ve v vektörlerinin gerdiği paralelkenarın alanını bulunuz.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$\begin{aligned} \text{a) } u - 2v &= i + 2j - k - 2(-i + j - 2k) \\ &= i + 2j - k + 2i - 2j + 4k \\ &= 3i + 3k \quad \text{olur.} \end{aligned}$$

b) u ve v vektörlerinin gerdiği paralelkenarın alanının $u \times v$ vektörünün uzunluğuna eşit olduğunu biliyoruz.

Buna göre

$$u \times v = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -4i + j + k + 2k + 2j + i = -3i + 3j + 3k.$$

$$\text{olup } |u \times v| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ olur.}$$