

$$1- \int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = ?$$

$$2- \int xe^{5x} dx = ?$$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1- Değişken değişimi ile

$$u = \sqrt{x^2+1} \text{ dersek } \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot 2x dx = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx$$

Buna göre

$$\int \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \int du = u + c = \sqrt{x^2+1} + c.$$

2- Kısmi integral ile

$$\left( \begin{array}{l} u=x \Rightarrow du=dx \\ dv=e^{5x}dx \Rightarrow v=\frac{e^{5x}}{5} \end{array} \right)$$

$$\int xe^{5x} dx = \frac{x \cdot e^{5x}}{5} - \int \frac{e^{5x}}{5} dx = \frac{x \cdot e^{5x}}{5} - \frac{e^{5x}}{25} + c$$

$$1- \int \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} dx = ?$$

$$2- \int x^2 e^{x^3} dx = ?$$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2+1}{\sqrt{x}} dx &= \int \left( \frac{x^2}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = \int \left( \frac{x^2}{x^{1/2}} + \frac{1}{x^{1/2}} \right) dx \\ &= \int x^{3/2} dx + \int x^{-1/2} dx = \frac{x^{5/2}}{\frac{5}{2}} + \frac{x^{1/2}}{\frac{1}{2}} + c \\ &= \frac{2}{5} x^{5/2} + 2 \cdot x^{1/2} + c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2- \text{Değişken değitimi ile; } u = x^3 &\Rightarrow du = 3x^2 dx \\ &\Rightarrow \frac{du}{3} = x^2 dx. \\ \int x^2 e^{x^3} dx &= \int e^{x^3} x^2 dx = \int \frac{e^u}{3} du \\ &= \frac{1}{3} \int e^u du = \frac{1}{3} e^u + c = \frac{1}{3} e^{x^3} + c. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{veya } u = e^{x^3} &\Rightarrow du = e^{x^3} \cdot 3x^2 dx \Rightarrow \frac{du}{3} = e^{x^3} \cdot x^2 dx \\ \Rightarrow \int x^2 e^{x^3} dx &= \frac{1}{3} \int du \Rightarrow \frac{1}{3} u + c = \frac{1}{3} e^{x^3} + c \end{aligned}$$

$$1- \int \left( -\frac{3}{x} + e^{-4x} \right) dx = ?$$

$$2- \int \frac{(\ln x)^2 dx}{x} = ?$$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

$$\begin{aligned} 1- \int \left( -\frac{3}{x} + e^{-4x} \right) dx &= -3 \int \frac{dx}{x} + \int e^{-4x} dx \\ &= -3 \ln|x| - \frac{e^{-4x}}{4} + C \end{aligned}$$

2) Değişken değişimi ile;

$$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx$$

$$\Rightarrow \int \frac{(\ln x)^2}{x} dx = \int u^2 du = \frac{u^3}{3} + C = \frac{(\ln x)^3}{3} + C$$

$$1- \int \frac{2}{4x+1} dx = ?$$

$$2- \int x 2^x dx = ?$$

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1 - Değişken değiştirme ile;

$$u = 4x+1 \Rightarrow du = 4 dx \Rightarrow \frac{du}{4} = dx$$

$$\begin{aligned} \int \frac{2}{4x+1} dx &= \int \frac{2}{u} \cdot \frac{du}{4} = \frac{1}{2} \int \frac{1}{u} du = \frac{1}{2} \ln|u| + c. \\ &= \frac{1}{2} \ln|4x+1| + c. \end{aligned}$$

2. Kısmi integralleme ile;

$$\begin{aligned} u = x &\Rightarrow du = dx \\ dv = 2^x dx &\Rightarrow v = \frac{2^x}{\ln 2} \end{aligned}$$

$$\int x 2^x dx = \frac{x \cdot 2^x}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2} \int 2^x dx = \frac{x \cdot 2^x}{\ln 2} - \frac{2^x}{(\ln 2)^2} + c.$$