

POLİMERİK SIVILAR

1

POLİMERİK SIVILAR

- Polimerik sıvıların davranış biçimleri
- Reolojik ölçümler ve materyal fonksiyonları
- Newton yasasına uymayan özlülük ve genellenmiş Newton tipi modeller
- Elastiklik ve doğrusal viskoelastik modeller
- Korotasyonel türevler ve doğrusal olmayan viskoelastik modeller
- Polimerik sıvılar için moleküler modeller

2

POLİMERİK SIVILAR

- Stres-hız gradienti ilişkileri

- *Newton tipi akışkanlar (Newtonian fluids)*

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

- Genellenmiş Newton yasası

$$\tau_{ij} = -\mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) + \left(\frac{2}{3} \mu - \kappa \right) \left(\frac{\partial v_x}{\partial x_x} + \frac{\partial v_y}{\partial x_y} + \frac{\partial v_z}{\partial x_z} \right) \delta_{ij}$$

- Newton tipi akışkanın tanımı
 - Materyal özellikleri
 - μ → özlülük
 - κ → genleşme özlülüğü
 - Materyal özellikleri bağlıdır
 - Sıcaklık
 - Basınç
 - Derişim
 - Materyal özellikleri bağımsız
 - Hız gradientleri
- Newton tipi akışkanlar
 - Materyal özellikleri
 - Gazlar
 - Sıvılar → $M < 5000$

3

POLİMERİK SIVILAR

- *Newton yasasına uymayan akışkanlar (non-Newtonian fluids)*
 - Kimyasal yapısı karmaşık sıvılar
 - Polimer çözeltileri
 - Polimerik eriyikler
 - Sabun çözeltileri
 - Süspansiyonlar
 - Emülsiyonlar
 - Macunlar
 - Biyolojik sıvılar

4

POLİMERİK SIVILAR

- Karmaşık kimyasal yapı
 - Özlülük hız gradientlerine bağlı
 - **Elastiklik özellikleri (Elastic effects)**
- İki paralel plaka arasında akış
 - Normal stresler sıfır değil
 - Normal stresler birbirine eşit değil

$$\tau_{xx} \quad \tau_{yy} \quad \tau_{zz}$$

5

POLİMERİK SIVILAR

- Newton tipi akışkanlarda özlülük ölçümü
 - **Viskometri (Viscometry)**
- Newton tipi akışkanların özlülük ölçümü için kullanılan cihazlar
 - **Viskometre (Viscometre)**
 - Kapiler
 - Koni-plaka
 - İççe silindir
- Newton yasasına uymayan akışkanlar
 - Özlülük yetersiz
 - Normal streslerin ölçümü
 - Viskoelastik tepkinin ölçümü
- Newton yasasına uymayan akışkanların akış özelliklerinin ölçümü için kullanılan cihazlar
 - **Reometri (Rheometry)**
- Newton yasasına uymayan akışkanların akış özelliklerinin ölçümü için kullanılan cihazlar
 - **Reometre (Rheometer)**
- **Reoloji (Rheology)** bilimi
 - Deformasyon ve akış
 - Hook yasasına uymayan katı maddeler
 - Newton yasasına uymayan akışkanlar

6

POLİMERİK SIVILAR

- Deneysel stres-deformasyon denklemleri
- **Genellenmiş Newton tipi modeller (Generalized Newtonian models)**
 - Newton yasasına uymayan özlülük
 - Viskoelastik tepkileri göz önüne almaz
- **Doğrusal viskoelastik modeller (Linear viscoelastic models)**
 - Düşük deformasyon
 - Viskoelastik tepkileri göz önüne alır
- **Doğrusal olmayan viskoelastik modeller (non-Linear viscoelastic models)**
 - Kısıtsız olarak tüm akış problemlerinin çözümü amaçlanır

7

POLİMERİK SIVILAR

- Polimerik sıvılarda akışın uygulama alanları
 - Plastik malzemeler
 - Yağlama malzemelerinde kullanılan katkı maddeleri
 - Gıda maddeleri
 - Mürekkepler

8

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BIÇIMLARI

- Dairesel arakesitli borulardan yatışkın koşullarda akış

- Newton tipi akış
- Hız profili

$$\frac{v_z}{v_{z_{\max}}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$$

- Ortalama hız

$$\frac{\langle v_z \rangle}{v_{z_{\max}}} = \frac{1}{2}$$

- Üslü yasaya uyan akış
- Hız profili

$$\frac{v_z}{v_{z_{\max}}} = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{n+1/n}$$

- Ortalama hız

$$\frac{\langle v_z \rangle}{v_{z_{\max}}} = \frac{n+1}{3n+1}$$

9

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BIÇIMLARI

- Dairesel arakesitli borulardan yatışkın koşullarda akış

- Newton tipi akış
- Basınç profili

$$\dot{m} = \frac{\rho\pi(P_0 - P_L)R^4}{8\mu L}$$

- Üslü yasaya uyan akış
- Basınç profili

$$\dot{m} = \frac{\rho\pi(P_0 - P_L)^{1/n} R^{2n+2/n}}{8\mu L}$$

10

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BIÇIMLARI

- Dairesel arakesitli borulardan yatışkın koşullarda akış

- Eksen etrafında ikincil akış hatları

- Kargaşalı akışta köşelerden merkeze doğru girdaplanma
 - Hareket kuvvetleri
- Polimerik sıvılarda normal köşelerden çeperlere doğru ikincil akış hatları
 - Normal stresler (normal stresses)

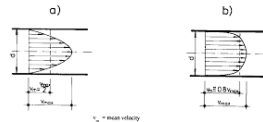


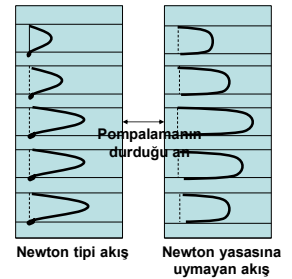
FIGURE A.4 Velocity distribution in pipe flow for (a) laminar flow and (b) turbulent flow

11

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BIÇIMLARI

- Dairesel arakesitli borulardan yatışkın koşullarda akışın durmasıyla birlikte kimyasal yapının geri kazanılması

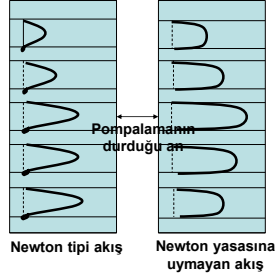
- Durgun akışkana içinde çözünmeyen bir boyaya şırınga edelim
- Akışkanı harekete geçirelim
- Boyanın deformasyonunu izleyelim



12

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

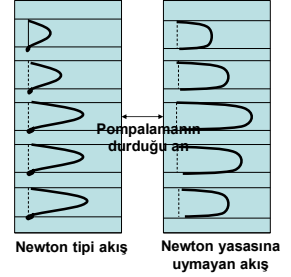
- Dairesel arakesitli borulardan yatışkın koşullarda akışın durmasıyla birlikte kimyasal yapının geri kazanılması
 - Newton tipi akışkanın içindeki boya parabolik biçimde uzar
 - Akışkan hareketi durdurulduğunda parabolik boya profilinin biçimi değişmez



13

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

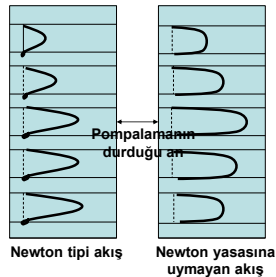
- Dairesel arakesitli borulardan yatışkın koşullarda akışın durmasıyla birlikte kimyasal yapının geri kazanılması
 - Newton yasasına uymayan polimerik sıvı (*polymeric liquid*) içindeki boya ucu küt uzayan bir parabol oluşturur
 - Akışkan hareketi durdurulduğunda parabolik boya profili polimerin yeniden yapılanması sonucu lastik bant gibi geri çekilir
 - Lastik bant eski durumuna gelebilir
 - Polimerik sıvı eski konumuna gelemes



14

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

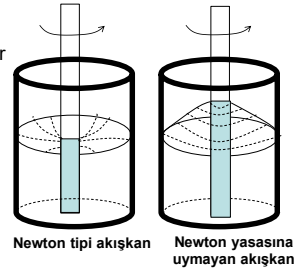
- *Normal stress (normal stress) etkileri*
 - Antropomorfizm
 - Polimerik sıvı → *hafıza kaybı (fading memory)*
 - Orijinal konumunu *unutur (forgets)*
 - Yeniden yapılandığında eski konumuna gelemes



15

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- *Normal stress (normal stress) etkileri*
 - Newton tipi akışkan bir çubukla karıştırıldığında
 - Tanjant hareket yapar
 - Yatışkın koşullarda
 - Çubuğun etrafındaki akışkan seviyesi kaptaki akışkan seviyesinden düşük
 - Santrijü kuvveti akışkanı kabin çeperlerine iter



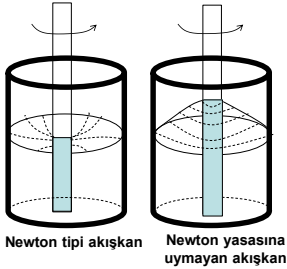
16

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Normal stres (normal stress) etkileri**

- **Polimerik sıvı (polymeric liquid)** bir çubukla karıştırıldığında

- Yatışkın koşullarda
 - Çubuğa doğru yönelir
 - **Weissenberg çubuk tırmanma etkisi (Weissenberg rod-climbing effect)**



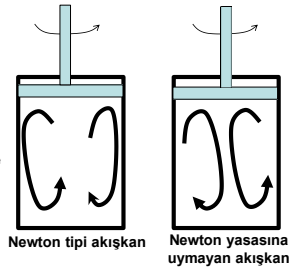
17

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Normal stres (normal stress) etkileri**

- Newton tipi akışkan yüzeyine değen bir döner diskle karıştırıldığında

- **Birincil akış (primary flow)** tanjant hareket
- **İkincil akış (secondary flow)** → hem radyal hem de eksen yönünde
 - Santrifüj kuvveti
 - » Akışkan silindir çeperine itilir
 - » Çeperden aşağı hareket eder
 - » Tabandan silindirin eksenine döner



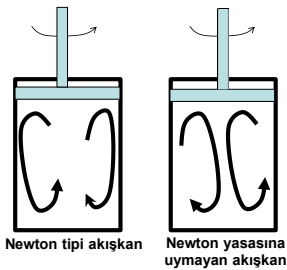
18

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Normal stres (normal stress) etkileri**

- **Polimerik sıvı (polymeric liquid)** yüzeyine değen bir döner diskle karıştırıldığında

- **Birincil akış (primary flow)** tanjant hareket
- **İkincil akış (secondary flow)** → hem radyal hem de eksen yönünde
 - Akışkan eksenine itilir
 - Eksenden aşağı hareket eder
 - Tabandan silindirin çeperine döner



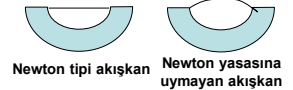
19

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Normal stres (normal stress) etkileri**

- Newton tipi akışkan eğimli bir yarım silindir açık kanaldan aşağı akarken

- Sıvı yüzeyi dümdüz



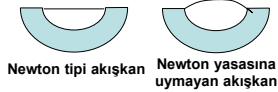
20

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Normal stres** (*normal stress*) etkileri

- **Polimerik sıvı** (*polymeric liquid*) eğimli bir yarım silindir açık kanaldan aşağı akarken

- Sıvı yüzeyi dışbükey



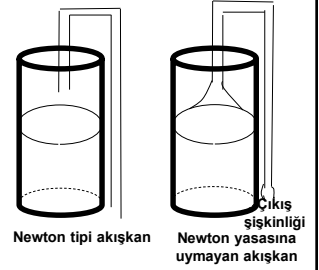
21

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Sifonlama deneyi**

- Newton tipi akışkan sifonlanırken sifon borusu sıvı haznesinden dışarı çıkarıldığında

- Sifonlama durur



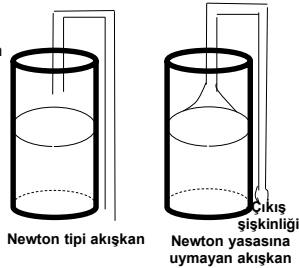
22

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Sifonlama deneyi**

- Polimerik bir sıvı sifonlanırken sifon borusu sıvı haznesinden birkaç cm dışarı çıkarıldığında

- Sifonlama sürer
 - **Borusuz sifonlama** (*tubeless siphon*) etkisi
- Kabin kenarından dışarı bir sıvı hattı oluşturulursa kap boşalana dek akış sürer



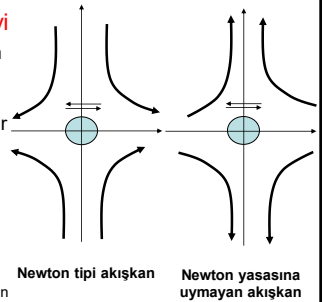
23

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- **Salınan çubuk deneyi**

- Newton tipi akışkanın içinde eksenî z-ekseninde konumlanmış uzun bir çubuk x-yönünde salınırsa

- İkincil akış
 - (+) y ve (-) y yönlerinde silindire doğru
 - (+) x ve (-) x yönlerinde silindirden uzaklaşır



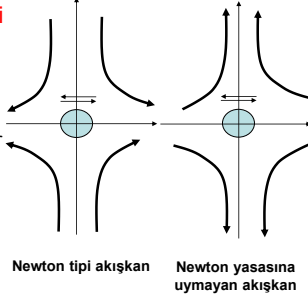
24

POLİMERİK SIVILARIN DAVRANIŞ BİÇİMLERİ

- Salınan çubuk deneyi

- *Polimerik sıvı* (*polymeric liquid*) içinde eksenine z-ekseninde konumlanmış uzun bir çubuk x-yönünde salınırsa

- İkincil akış
 - (+) x ve (-) x yönlerinde silindire doğru
 - (+) y ve (-) y yönlerinde silindirden uzaklaşır



25

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Stres bileşenlerinin ölçülebildiği basit akışlar
 - Karmaşık sıvıların mekanik tepkisini tanımlayan *materyal fonksiyonları* (*material functions*) ölçülür
- Newton tipi sıvıların materyal fonksiyonu → özlülük
- Newton yasasına uymayan sıvılarda birden çok materyal fonksiyonu
 - Tanımlanması
 - Ölçülmesi

26

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

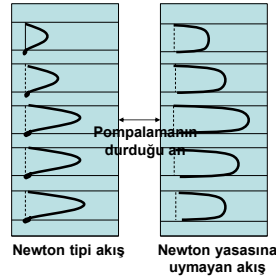
- Yatışkın koşullarda basit kayma (simple shear flow)

- İki paralel plaka arasında akış için hız

$$v_x \text{ profili} = \dot{\gamma} y$$

$$\dot{\gamma} = \text{kayma hız}$$

- Diğer hız bileşenleri=0



27

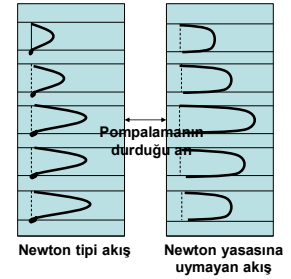
REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Yatışkın koşullarda basit kayma

- Newton tipi akışkan

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{xx} = \tau_{yy} = \tau_{zz} = 0$$



28

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Yatışkın koşullarda basit kayma

– Newton yasasına uymayan akışkan

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

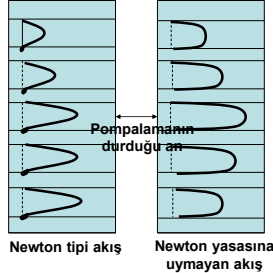
$$\tau_{xx} - \tau_{yy} = -\psi_1 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = -\psi_2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

η = Newton yasasına uymayan özllilik

ψ_1 = birinci normal stres katsayyat

ψ_2 = ikinci normal stres katsayyat



29

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Yatışkın koşullarda basit kayma

– Newton yasasına uymayan akışkan

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{xx} - \tau_{yy} = -\psi_1 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = -\psi_2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

η = Newton yasasına uymayan özllilik

ψ_1 = birinci normal stres katsayyat

ψ_2 = ikinci normal stres katsayyat



30

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Yatışkın koşullarda basit kayma

– Newton yasasına uymayan akışkan

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{xx} - \tau_{yy} = -\psi_1 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = -\psi_2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

η = Newton yasasına uymayan özllilik

ψ_1 = birinci normal stres katsayyat

ψ_2 = ikinci normal stres katsayyat

- η, ψ_1, ψ_2 kayma hızının fonksiyonu
- Elastikyeti yüksek sıvılar için
 - η kayma hızı arttıkça 10^4 seviyesinde azalabilir
 - ψ_1 kayma hızı arttıkça 10^7 seviyesinde azalabilir
 - $\eta, \psi_1 \rightarrow (+)$
 - x- yönünde çekme etkisi
 - $\psi_2 \rightarrow (-)$
 - z-yönünde çekme etkisi

31

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Yatışkın koşullarda basit kayma

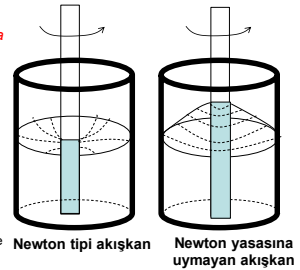
– Weissenberg çubuk tırmanma etkisi (Weissenberg rod-climbing effect)

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{xx} - \tau_{yy} = -\psi_1 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = -\psi_2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

- (+) ψ_1 –tanjant yönde çekme etkisi sırtıfuj kuvvetlerinin üstesinden gelir
- Sıvı çubuğa doğru çekilir



32

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

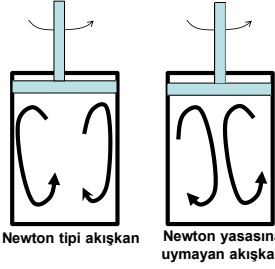
- Yatışkın koşullarda basit kayma
 - İkincil akış (secondary flow) → hem radyal hem de eksen yönünde
 - Akışkan eksene itilir
 - Eksenden aşağı hareket eder
 - Tabandan silindir çevresine döner

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{xx} - \tau_{yy} = -\psi_1 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = -\psi_2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

- (+) ψ_1 → çekme etkisi ikincil akışın tersine çevirir



33

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

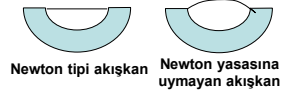
- Yatışkın koşullarda basit kayma

- Dışbükey sıvı yüzeyi

$$\tau_{yx} = -\eta \frac{dv_x}{dy}$$

$$\tau_{xx} - \tau_{yy} = -\psi_1 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$

$$\tau_{yy} - \tau_{zz} = -\psi_2 \left(\frac{dv_x}{dy} \right)^2$$



- (-) ψ_2 → çekme etkisi sıvı yüzeyinin dışbükey olmasına neden olur

34

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Küçük yer değiştirmeli salınım hareketi (small-amplitude oscillatory motion)

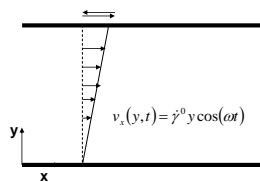
- Doğrusal hız profili

- Çok küçük yer değiştirme
- Yüksek özlülük

$$v_x(y, t) = \dot{\gamma}^0 y \cos(\omega t)$$

$$\dot{\gamma}^0 = \text{yer deęiřtir deęeęe}$$

Üstteki plaka küçük yer değiştirmeli salınım hareketi yapar



35

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Küçük yer değiştirmeli salınım hareketi (small-amplitude oscillatory motion)

- Küçük yer değiştirmeli salınım karşılık gelen kayma stresi de süreye göre salınımlı

$$\tau_{yx} = -\eta' \dot{\gamma}^0 y \cos(\omega t) - \eta'' \dot{\gamma}^0 y \sin(\omega t)$$

$$\eta^* = \eta' - i \eta''$$

- Karmaşık özlülük (complex viscosity)

- η' = özlü tepki (in-phase viscous response)

- η'' = elastik tepki (out-of-phase elastic response)

- Depolama ve kayıp modulleri (storage and loss moduli)

$$G' = \eta' \omega$$

$$G'' = \eta'' \omega$$

36

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Yatışkın koşullarda uzamalı akış (steady state elongational flow)

– Uzama özlülüğü (elongational viscosity)

$$\tau_{zz} - \tau_{xx} = -\bar{\eta} \frac{dv_z}{dz} = \bar{\eta} \dot{\epsilon}$$

$$\bar{\eta} = \text{uzama özlülüğü}$$

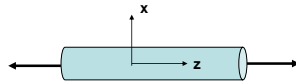
– Çift eksenli uzama (biaxial stretching)

$$\dot{\epsilon} < 0$$

– Newton tipi akışkan için → Trouton özlülüğü (trouton viscosity)

$$\bar{\eta} = 3\mu$$

$$\dot{\epsilon} = \text{uzama hızı}$$



$$v_z = \dot{\epsilon} z$$

$$v_x = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} x$$

$$v_y = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} y$$

37

REOMETRİ VE MATERYAL FOKSİYONLARI

- Diğer yöntemler

– Akışın durdurulmasından sonra stres-rahatlama (Stress-relaxation)

– Akışın başlatılmasıyla büyüyen stres (Stress-growth)

– Yeniden yapılanma (recoil)

– Yayılma (creep)

38

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

- Stres tensörü bileşenleri için deneysel ifadeler
 - Newton modelleri basit kayma hareketini tanımlar
 - Mühendislikte akış sistemlerinin tasarımı
 - Doğrusal viskoelastik modeller küçük yer değiştirmeli süreye bağlı salınım hareketini tanımlar
 - Polimer yapısının irdelenmesi
 - Doğrusal olmayan viskoelastik modeller her tür akışa uygulanır
 - Materyallerin stres-deformasyon altında davranış biçimlerini kuramsal olarak açıklar

39

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

- *Genellenmiş Newton modelleri (generalized Newtonian models)*
 - Newton yasasına uymayan akışkanların yalnızca özlülüğünü tanımlar
 - Normal stres etkileri hakkında bilgi vermez
 - Süreye bağlı etkenleri göz önüne almaz
 - Elastik etkiler hakkında bilgi vermez
- Uygulama alanları
 - Kanallardan akış ve ısı geçişimi
 - Distribütör tasarımı
 - Ekstrüzyon
 - Enjeksiyon kalıplama

40

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

- Sıkıştırılmaz Newton tipi akışkanlar için stres tensörü

$$\tau = -\mu(\nabla\dot{v} + (\nabla\dot{v})^T) = -\mu\dot{\gamma}$$

$\dot{\gamma}$ = deformasyon hızı tensörü

$$\mu \rightarrow \eta(\dot{\gamma})$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\gamma}:\dot{\gamma})}$$

$$\tau = -\eta(\nabla\dot{v} + (\nabla\dot{v})^T) = -\eta\dot{\gamma}$$

$$\eta = \eta(\dot{\gamma})$$

41

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

- 2 parametrelili *üslü yasa* (power law)

$$\eta = m\dot{\gamma}^{n-1}$$

- n ve m akışkanın özellikleri

- Özlülüğe karşı kayma hızı log-log çizgesinin doğrusal kısmı
- m[Pa-s]
- Eğim=n-1

42

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

- 4 parametrelili *Carreau modeli*

$$\frac{\eta - \eta_\infty}{\eta_0 - \eta_\infty} = [1 + (\lambda\dot{\gamma})^2]^{n-1/2}$$

η_0 = sıfır kayma hızı özlülüğü

η_∞ = sonsuz kayma hızı özlülüğü

λ [s]

n = birimsiz sabit

43

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek

Üslü yasayla tanımlanan bir polimerik sıvının kütle akış hızını veren matematiksel ifadeyi türetiniz

Momentum akışı

$$\tau_{rz} = \left(\frac{P_0 - P_L}{2L} \right) r$$

$$\tau_{rz} = -m\dot{\gamma}^{n-1} \frac{dv_z}{dr}$$

Akışkan yarıçapı R uzunluğu L olan bir borudan akmaktadır

Kayma hızının büyüklüğü

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{\gamma}:\dot{\gamma})} = \sqrt{\left(\frac{dv_z}{dr} \right)^2}$$

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

$$\tau_{rz} = -m \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^{n-1} \frac{dv_z}{dr} = m \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n$$

$$\tau_{rz} = \left(\frac{P_0 - P_L}{2L} \right) r$$

$$\tau_{rz} = -m \dot{\gamma}^{n-1} \frac{dv_z}{dr}$$

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} (\dot{\gamma} : \dot{\gamma})} = \sqrt{\left(\frac{dv_z}{dr} \right)^2}$$

$$m \left(-\frac{dv_z}{dr} \right)^n = \left(\frac{P_0 - P_L}{2L} \right) r$$

$$-\frac{dv_z}{dr} = m^{-1/n} \left(\frac{P_0 - P_L}{2L} \right)^{1/n} r^{1/n}$$

$$r = R \rightarrow v_z = 0$$

$$v_z = \left(\frac{P_0 - P_L}{2mL} \right)^{1/n} R \frac{n}{n+1} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{n+1/n} \right]$$

$$\dot{m} = \pi R^3 \rho \frac{n}{3n+1} \left(\frac{P_0 - P_L}{2mL} \right)^{1/n}$$

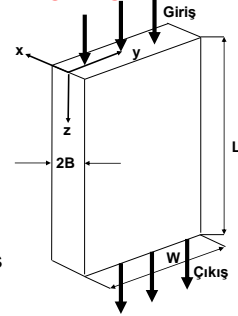
45

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek

Üslü yasaya uyan bir akışkan yandaki çizgede gösterilen dar bir dikdörtgenel bölgede akmaktadır

Hız profilini ve kütle akış hızını bulunuz



46

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

$$\tau_{xz} = \left(\frac{P_0 - P_L}{2L} \right) x$$

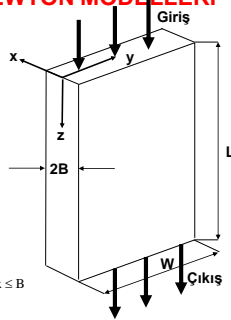
$$\tau_{xz} = m \left(\frac{dv_x}{dz} \right)^n \quad 0 \leq x \leq B$$

$$\tau_{xz} = -m \left(\frac{dv_x}{dz} \right)^n \quad -B \leq x \leq 0$$

$$m \left(\frac{dv_x}{dz} \right)^n = \left(\frac{P_0 - P_L}{2L} \right) x \quad 0 \leq x \leq B$$

$$x = B \rightarrow v_x = 0$$

$$v_x = \left[\frac{(P_0 - P_L) B}{mL} \right]^{1/n} B \frac{n}{n+1} \left[1 - \left(\frac{x}{B} \right)^{n+1/n} \right]$$



47

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

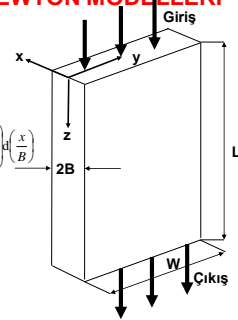
$x=0$ etrafında simetrik

$$\dot{m} = \int_{-B}^B \int_0^L \rho v_x dx dy = 2 \int_0^L \int_0^B \rho v_x dx dy$$

$$= 2 \left[\frac{(P_0 - P_L) B}{mL} \right]^{1/n} W B^2 \rho \frac{n}{n+1} \int_0^1 \left[1 - \left(\frac{x}{B} \right)^{n+1/n} \right] d \left(\frac{x}{B} \right)$$

$$= 2 W B^2 \rho \frac{n}{2n+1} \left[\frac{(P_0 - P_L) B}{mL} \right]^{1/n}$$

Kütle akış hızına karşı basınç düşmesi deneysel verileri yukarıdaki denkleme birlikte kullanıldığında m ve n değerleri hesaplanabilir → *slit rheometer*

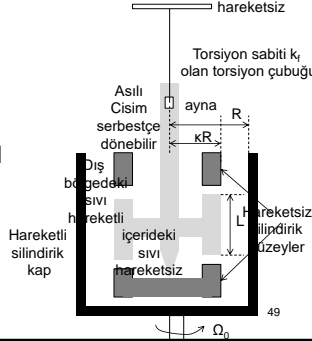


48

NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek

Couette
viskometre
problemini üslü
yasaya uyan
bir akışkan için
çözünüz



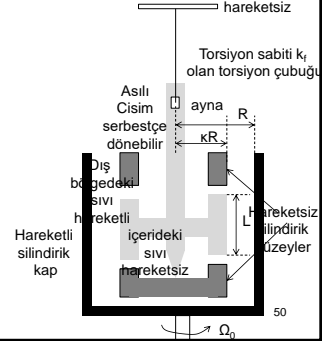
NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

r-yönünde hareket denklemi

$$-\rho \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{\partial p}{\partial r}$$

Santrifüj etkisi



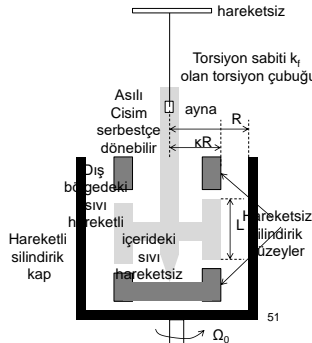
NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

z-yönünde hareket denklemi

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0$$

Hidrostatik etki



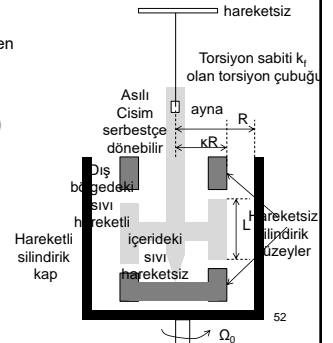
NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

theta-yönünde kayma stresi cinsinden
hareket denklemi

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 \tau_{r\theta}) = 0$$

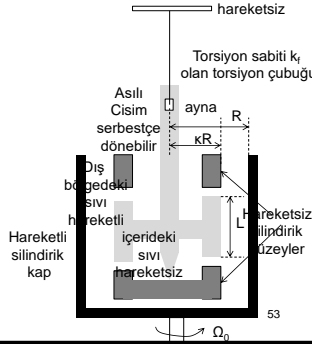
Hız profili



NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

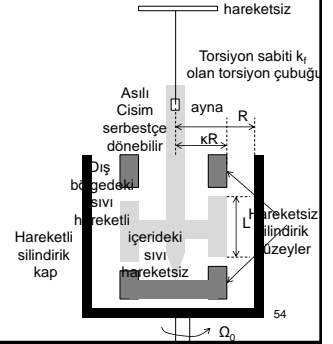
$$\begin{aligned}\tau_{r,\theta} &= -\eta \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \\ &= -m \left[r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right]^{n-1} r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \\ &= -m \left[r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right]^n \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \tau_{r,\theta} \right) &= 0 \\ \frac{d}{dr} \left(r^2 m \left(r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right)^n \right) &= 0\end{aligned}$$



NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

$$\begin{aligned}\frac{d}{dr} \left(r^2 m \left(r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right)^n \right) &= 0 \\ r^2 \left(r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right)^n &= C_1 \\ \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) &= \frac{1}{r} \left(\frac{C_1}{r^2} \right)^{1/n} \\ S.K.1 \quad r = \kappa R \quad v_\theta &= 0 \\ S.K.2 \quad r = R \quad v_\theta &= \Omega_0 R \\ \frac{v_\theta}{\Omega_0 R} &= \frac{1 - \left(\frac{\kappa R}{r} \right)^{2/n}}{1 - \kappa^{2/n}}\end{aligned}$$



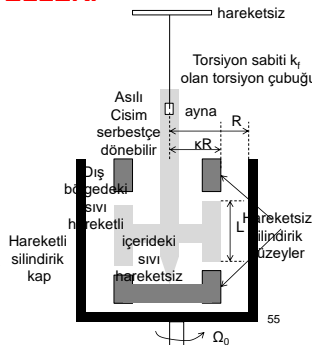
NEWTON YASASINA UYMAYAN ÖZLÜLÜK VE GENELLENMİŞ NEWTON MODELLERİ

Örnek (Devam)

Hareketi sürdürmek için dış silindir üzerinde uygulanması gereken tork

$$\begin{aligned}T_z &= (-\tau_{r,\theta})_{r=R} (2\pi RL)(R) \\ &= m \left(r \frac{d}{dr} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) \right) \Big|_{r=R} (2\pi RL)(R) \\ &= 2\pi m \Omega_0^n (\kappa R)^2 L \left(\frac{2/n}{1 - \kappa^{2/n}} \right)^n\end{aligned}$$

Torka karşı açılma hız deneysel verileriyle yukarıdaki denklem birlikte kullanılırsa n ve m hesaplanır → *rotational rheometer*



ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

- Genellenmiş Newton modelleri
 - Stres tensörüyle hız gradientleri arasındaki ilişkide süreye bağlı türevler göz önüne almaz
- Doğrusal viskoelastik modeller
 - Stres tensörüyle hız gradientleri arasındaki ilişki doğrusal
 - Süreye bağlı türevler göz önüne alınır

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

- Özlü sıvı

$$\tau = -\mu(\nabla\dot{v} + (\nabla\dot{v})^T) = -\mu\dot{\gamma}$$

$$\dot{\gamma} = \text{deformasyonun hız tensörü}$$

$$\mu = \text{özlülük}$$
- Elastik katı

$$\tau = -G(\nabla\dot{u} + (\nabla\dot{u})^T) = -G\dot{\gamma}$$

$$\dot{u} = \text{uzam vektörü}$$

$$\dot{\gamma} = \text{deformasyonun tensörü}$$

$$G = \text{elastik modulus}$$

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt}$$
 - Hook tipi katıların hafızası sonsuz

57

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

- Maxwell modeli

$$\tau + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t} \tau = -\eta_0 \dot{\gamma}$$

$$\lambda_1 = \text{rahatlama süresi}$$

$$\eta_0 = \text{sıfır kayma hız özlülüğü}$$
 - Stres tensörünün süreye bağlı değişimi algılanamıyorsa
 - Newton tipi akışkan
 - Stres tensörünün süreye bağlı değişimi ağırlıklıysa
 - Hook tipi katı madde

58

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

- Maxwell modeli

$$\tau + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t} \tau = -\eta_0 \dot{\gamma}$$

$$\lambda_1 = \text{rahatlama süresi}$$

$$\eta_0 = \text{sıfır kayma hız özlülüğü}$$
 - Silly putty
 - İki elin avuçları arasında yavaşça sıkıldığında akar
 - Newton tipi sıvı
 - Top şekline yuvarlanıp yere atıldığında stres biriktirip zıplar
 - Hook tipi katı madde

59

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

- Jeffreys modeli

$$\tau + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t} \tau = -\eta_0 \left(\dot{\gamma} + \lambda_2 \frac{\partial}{\partial t} \dot{\gamma} \right)$$

$$\lambda_1 = \text{rahatlama süresi}$$

$$\eta_0 = \text{sıfır kayma hız özlülüğü}$$

$$\lambda_2 = \text{gecikme süresi}$$
 - Maxwell modeli stresin süreye göre değişimini göz önüne alarak stresle hız gradientleri arasındaki ilişkiyi verir
 - Jeffreys modeli hız gradientlerinin de süreye göre değişimini dikkate alır

60

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

• Genellenmiş Maxwell modeli

$$\tau(t) = \sum_{i=1}^{\infty} \tau_i(t)$$

$$\tau_i + \lambda_i \frac{\partial \tau_i}{\partial t} = -\eta_i \dot{\gamma}$$

$$\eta_i = \eta_0 \frac{\lambda_i}{\sum_j \lambda_j}$$

$$\lambda_i = \frac{\lambda}{k^i}$$

$$\tau(t) = - \int_{-\infty}^t \left[\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\eta_i}{\lambda_i} \exp\left[-\frac{(t-t')}{\lambda_i}\right] \right] \dot{\gamma}(t') dt' = - \int_{-\infty}^t G(t-t') \dot{\gamma}(t') dt'$$

61

– Hafıza kaybı kavramı

- t süresindeki stress kendinden önceki tüm t' sürelerindeki hız gradientlerine bağlı

• Üstel fonksiyon

- t ye en yakın t' lerinin etkisi daha fazla
- **Rahatlama modülüsü** (relaxation modulus)

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

• Doğrusal viskoelastik modeller

- Küçük uzam (yer değiştirme) gradientleri için geçerli

- Polimerik sıvıların molekül içi serbestlik dereceleri yüksek

• Çok sayıda rahatlama süresi ile tanımlanır

- Deneysel veriler genellenmiş Maxwell modeli ile açıklanabilir
- Rahatlama fonksiyonu G(t-t') hesaplanabilir
- Rahatlama fonksiyonlarının biçimiyle polimer yapısı ilişkilendirilebilir → *Mekanik spektroskopi* (mechanical spectroscopy)

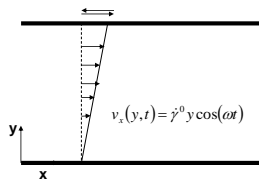
62

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

Örnek

Karmaşık özgülüğün bileşenlerin veren matematiksel ifadeyi genellenmiş Maxwell modelini kullanarak elde ediniz

Üstteki plaka küçük yer değiştirmeli salınım hareketi yapar



63

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

Örnek (Devam)

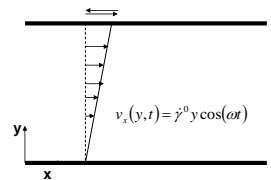
genellenmiş Maxwell modelinin yx-bileşeni gerekli

Uzama hızı tensörünün yx-bileşeni

$$\dot{\gamma}_{yx}(t) = \frac{\partial v_x}{\partial y} = \dot{\gamma}^0 \cos(\omega t)$$

ω = açış frekans

Üstteki plaka küçük yer değiştirmeli salınım hareketi yapar



64

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

Örnek (Devam)

Rahatlama modülüsü

$$\tau_{yx} = - \int_{-\infty}^t G(t-t') \dot{\gamma}_{yx} \cos \omega t' dt'$$

$$= - \dot{\gamma}_{yx} \int_{-\infty}^t G(s) \cos \omega(t-s) ds$$

$$= - \dot{\gamma}_{yx} \left[\int_{-\infty}^t G(s) \cos \omega s ds \right] \cos \omega t + \dot{\gamma}_{yx} \left[\int_{-\infty}^t G(s) \sin \omega s ds \right] \sin \omega t$$

$$\eta'(\omega) = \int_{-\infty}^t G(s) \cos \omega s ds$$

$$\eta''(\omega) = \int_{-\infty}^t G(s) \sin \omega s ds$$

Rahatlama modülüsünün yerine üstek fonksiyonu yerleştirdikten sonra

$$\eta'(\omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k}{1 + (\lambda_k \omega)^2}$$

$$\eta''(\omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\eta_k \lambda_k \omega}{1 + (\lambda_k \omega)^2}$$

65

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

Örnek

Yarı sonsuz bir akışkan bir yanından xz-düzlemiyle sınırlanmıştır

Başlangıçta hem sıvı hem de düzlem hareketsizdir

t=0 da düzlem aniden x-yönünde büyüklüğü X_0 frekansı ω olacak biçimde salınma geçmektedir

Bu durumda düzlemin hareketsizkenki konumuna göre herhangi bir süredeki konumu yandaki denklemlerle verilmiştir

Viskoelastik bir materyel için genellenmiş Newton modelini kullanarak periyodik yataşkın koşullarda sönümlenme ve faz kaymasını elde ediniz

$$X(t) = X_0 \sin \omega t$$

Bu koşullarda akışkanın y=0 daki hızı

$$v_x(0, t) = \frac{dX}{dt} = X_0 \omega \cos \omega t$$

$$v_x(0, t) = v_0 \cos \omega t = R[e^{i\omega t}]$$

$R[e^{i\omega t}]$:Fonksiyonun gerçek kısmı

66

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

Örnek (Devam)

Stres tensörü cinsinden hareket denklemleri

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial y} \tau_{yx}$$

Tek üstel fonksiyonlu Maxwell modeli

$$\tau_{yx}(y, t) = - \int_{-\infty}^t \left[\frac{\eta_0}{\lambda_1} \exp\left[-(t-t')/\lambda_1\right] \right] \frac{\partial v_x(y, t')}{\partial y} dt'$$

$$\rho \frac{\partial v_x}{\partial t} = - \int_{-\infty}^t \left[\frac{\eta_0}{\lambda_1} \exp\left[-(t-t')/\lambda_1\right] \right] \frac{\partial^2 v_x(y, t')}{\partial y^2} dt'$$

Hız profili

$$v_x(y, t) = R[v^0(y) e^{i\omega t}]$$

$$\rho R \left[\frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right] e^{i\omega t} = \int_{-\infty}^t \left[\frac{\eta_0}{\lambda_1} \exp\left[-(t-t')/\lambda_1\right] \right] R \left[\frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right] e^{i\omega t'} dt'$$

$$= R \left\{ \frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right\} e^{i\omega t} \int_{-\infty}^t \left[\frac{\eta_0}{\lambda_1} \exp\left[-(t-t')/\lambda_1\right] \right] dt'$$

$$= R \left\{ \frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right\} e^{i\omega t} \left[\frac{\eta_0}{1 + i\lambda_1 \omega} \right]$$

$$\frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \left[\frac{i\rho\omega(1 + i\lambda_1\omega)}{\eta_0} \right] v^0(y) = 0$$

$$v^0 = v_0 e^{-i\omega y}$$

$$v_x(y, t) = v_0 e^{-i\omega y} \cos(\omega t - \beta y)$$

67

ELASTİKLİK VE DOĞRUSAL VİSKOELASTİK MODELLER

Örnek (Devam)

$$v_x(y, t) = R[v^0(y) e^{i\omega t}]$$

$$\rho R \left[\frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right] e^{i\omega t} = \int_{-\infty}^t \left[\frac{\eta_0}{\lambda_1} \exp\left[-(t-t')/\lambda_1\right] \right] R \left[\frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right] e^{i\omega t'} dt'$$

$$= R \left\{ \frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right\} e^{i\omega t} \int_{-\infty}^t \left[\frac{\eta_0}{\lambda_1} \exp\left[-(t-t')/\lambda_1\right] \right] dt'$$

$$= R \left\{ \frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \right\} e^{i\omega t} \left[\frac{\eta_0}{1 + i\lambda_1 \omega} \right]$$

$$\frac{d^2 v^0(y)}{dy^2} \left[\frac{i\rho\omega(1 + i\lambda_1\omega)}{\eta_0} \right] v^0(y) = 0$$

$$v^0 = v_0 e^{-i\omega y}$$

$$v_x(y, t) = v_0 e^{-i\omega y} \cos(\omega t - \beta y)$$

$$\alpha(\omega) = \sqrt{\frac{\rho\omega}{2\eta_0} \left[\sqrt{1 + (\lambda_1\omega)^2} - \lambda_1\omega \right]}^{-1/2}$$

$$\beta(\omega) = \sqrt{\frac{\rho\omega}{2\eta_0} \left[\sqrt{1 + (\lambda_1\omega)^2} - \lambda_1\omega \right]}^{-1/2}$$

$$v_x(y, t) = v_0 e^{-\sqrt{2}\alpha y} \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2\eta_0}} y\right)$$

68

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- Süreye bağlı türevler → elastiklik etkileri
 - Doğrusal viskoelastik modeller
 - Karmaşık özlülük
 - Küçük yer değiştirmeli kayma dalgalarının iletilmesi
 - Küçük yer değiştirmelerden sonra yeniden yapılanma

69

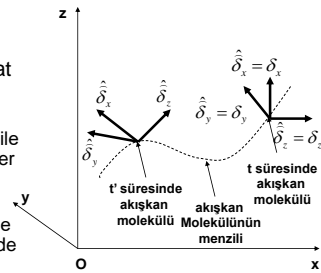
KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- Stres tensörleriyle kinematik tensörler arasındaki ilişki materyalin uzaydaki oryantasyonundan bağımsız
 - Lastik bant çekiştirildiğinde çekiştirme yönü fark yaratmaz
 - Kuzey-güney veya güney-kuzey
 - Doğu-batı veya batı-doğu
 - Satrifüj kuvvetlerinin baskın olması kaydıyla döndürerek çekiştirme

70

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- Korotasyonel bir koordinat sistemi
 - Ortogonal koordinat sistemi
 - Akış hattında bir akışkan molekülü ile birlikte hareket eder
 - Akışkan molekülü açışal hızı bağlı olarak döndüğünde koordinat sistemi de döner



71

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- Korotasyonel koordinat sisteminde stres tensörüyle deformasyon hızı tensörü arasında ilişki kurulabilir
 - Jeffreys modeli bu duruma uyarlandığında

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t} \hat{\tau} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\tau}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma} \cdot \hat{\tau} + \hat{\tau} \cdot \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{\partial}{\partial t} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma} \cdot \hat{\gamma}| \right)$$

$$tr \hat{\tau} = \sum_i \hat{\tau}_{ii}$$

72

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- Hareket denklemi sabit xyz-koordinat sisteminde
- Aşağıdaki denklem hareketli koordinat sisteminde
 - xyz-koordinat sisteminde yeniden yazmak gerekir
 - Korotasyonel süreye bağlı türevler** (*corotational time derivatives*)
 - 2. derece bir tensörün korotasyonel süreye bağlı türevi

$$\frac{D}{Dt} \alpha = \frac{D}{Dt} \alpha + \frac{1}{2} |\omega \bullet \alpha - \alpha \bullet \omega|$$

$$\omega = \nabla v - (\nabla v)^T = \text{vortisite tensörü}$$

- 6-sabitli Oldroyd modeli** (*Oldroyd 6-constant model*)

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\tau} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\tau}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\tau} + \hat{\tau} \bullet \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\gamma}| \right)$$

$$tr \hat{\tau} = \sum_i \hat{\tau}_{ii}$$

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- 6-sabitli Oldroyd modeli** (*Oldroyd 6-constant model*)
 - Yerel anlık oryantasyona bağlı değil
 - Deneysel

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\tau} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\tau}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\tau} + \hat{\tau} \bullet \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\gamma}| \right)$$

$$tr \hat{\tau} = \sum_i \hat{\tau}_{ii}$$

74

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- 6-sabitli Oldroyd modeli** sabitler doğru seçildiğinde tüm polimerik sıvıların akış davranış biçimini **nitel** (*qualitatively*) olarak tanımlar

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\tau} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\tau}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\tau} + \hat{\tau} \bullet \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\gamma}| \right)$$

$$tr \hat{\tau} = \sum_i \hat{\tau}_{ii}$$

75

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- Oldroyd-B modeli** (*Oldroyd-B model*)

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\tau} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\tau}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\tau} + \hat{\tau} \bullet \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\gamma}| \right)$$

$$tr \hat{\tau} = \sum_i \hat{\tau}_{ii}$$

$$\mu_1 = \lambda_1 \quad \mu_2 = \lambda_2 \quad \mu_0 = 0$$

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\tau} - \frac{1}{2} \lambda_1 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\tau} + \hat{\tau} \bullet \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \lambda_2 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\gamma}| \right)$$

76

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

• 3-sabitli Giesekus modeli (3-constant Giesekus model)

$$\tau + \lambda \left(\frac{D}{Dt} \tau - \frac{1}{2} |\tau \bullet \dot{\gamma} + \dot{\gamma} \bullet \tau| \right) - \alpha \frac{\lambda}{\eta_0} |\tau \bullet \tau| = -\eta_0 \dot{\gamma}$$

λ = süre sabiti

η_0 = kayma hızı sıfırken özlülük

α = boyutsuz katsayı

77

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

• Giesekus modelinin materyal fonksiyonları

- Yatışkın koşullarda kayma hareketi

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{(1-f)^2}{1+(1-2\alpha)f}$$

$$\frac{\psi_1}{2\eta_0\lambda} = \frac{f(1-\alpha f)}{\alpha(1-f)} \frac{1}{(\lambda\dot{\gamma})^2}$$

$$\frac{\psi_2}{\eta_0\lambda} = -f \frac{1}{(\lambda\dot{\gamma})^2}$$

$$f = \frac{1-X}{1+(1-2\alpha)X}$$

$$X^2 = \frac{[1+16\alpha(1-\alpha)(\lambda\dot{\gamma})^2]^{1/2} - 1}{8\alpha(1-\alpha)(\lambda\dot{\gamma})^2}$$

• Giesekus modelinin materyal fonksiyonları

- Küçük yer değiştirmeli salınım hareketi

$$\frac{\eta'}{\eta_0} = \frac{1}{\lambda\omega^2}$$

$$\frac{\eta''}{\eta_0} = \frac{\lambda\omega}{1+(\lambda\omega)^2}$$

78

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

- Giesekus modelinin materyal fonksiyonları
 - Yatışkın koşullarda uzama hareketi

$$\frac{\bar{\eta}}{3\eta_0} = \frac{1}{6\alpha} \left[3 + \frac{1}{\lambda\dot{\epsilon}} \left(\sqrt{1-4(1-2\alpha)\lambda\dot{\epsilon} + 4(\lambda\dot{\epsilon})^2} - \sqrt{1+2(1-2\alpha)\lambda\dot{\epsilon} + (\lambda\dot{\epsilon})^2} \right) \right]$$

79

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

Örnek

6-sabitli Oldroyd modelini

kullanarak yatışkın koşullarda kayma hareketi, küçük yer değiştirmeli salınım hareketi ve yatışkın koşullarda aynı eksen üzerinde uzama hareketi için materyal fonksiyonlarını elde ediniz

Süreye bağlı kayma hareketi

$$i + \lambda \frac{D}{Dt} i + \frac{1}{2} \mu_i (i \bullet \dot{\gamma} \bullet i - \frac{1}{2} \mu_i^2) + i \bullet \dot{\gamma} \bullet i = -\alpha \left(\dot{\gamma} + \lambda_i \frac{D}{Dt} \dot{\gamma} - \mu_i \dot{\gamma} \bullet \dot{\gamma} \right)$$

$i \bullet i = \sum_i i_i$

Hız profili

$$v_x(y, t) = \dot{\gamma}(t)y$$

Hareket denklemlerini sadeleştir

Akış simetrisinden dolayı kayma hareketinde $\tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$, uzama hareketlerinde köşegen elemanları dışındaki tüm elemanlar=0

80

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

Süreye bağlı kayma hareketi

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\tau} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\tau}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\tau} + \hat{\tau} \bullet \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\gamma}| \right)$$

$$tr \hat{\tau} = \sum_i \hat{\tau}_{ii}$$

$$v_x(y, t) = \dot{\gamma}(t)y$$

Hareket denkleminin bileşenleri

$$\left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \tau_{xx} - (\lambda_1 + \mu_1) \tau_{yy} \dot{\gamma} = \eta_0 (\lambda_2 + \mu_2) \dot{\gamma}^2$$

$$\left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \tau_{yy} + (\lambda_1 - \mu_1) \tau_{xx} \dot{\gamma} = -\eta_0 (\lambda_2 - \mu_2) \dot{\gamma}^2$$

$$\left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \tau_{zz} = 0$$

$$\left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \tau_{xx} + \frac{1}{2} (\lambda_1 - \mu_1 + \mu_0) \tau_{xx} \dot{\gamma} - \frac{1}{2} (\lambda_1 + \mu_1 - \mu_0) \tau_{yy} \dot{\gamma} + \frac{1}{2} \mu_0 \tau_{xx} \dot{\gamma} = -\eta_0 \left(1 + \lambda_2 \frac{\partial}{\partial t}\right) \dot{\gamma} \quad 81$$

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

Yatışkın koşullarda kayma hareketi

$$\hat{\tau} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\tau} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\tau}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\tau} + \hat{\tau} \bullet \hat{\gamma}| = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma} \bullet \hat{\gamma}| \right)$$

$$tr \hat{\tau} = \sum_i \hat{\tau}_{ii}$$

$$v_x(y, t) = \dot{\gamma}(t)y$$

Hareket denkleminin bileşenleri

$$-(\lambda_1 + \mu_1) \tau_{yy} \dot{\gamma} = \eta_0 (\lambda_2 + \mu_2) \dot{\gamma}^2$$

$$+(\lambda_1 - \mu_1) \tau_{xx} \dot{\gamma} = -\eta_0 (\lambda_2 - \mu_2) \dot{\gamma}^2$$

$$\tau_{zz} = 0$$

$$\tau_{xx} + \frac{1}{2} (\lambda_1 - \mu_1 + \mu_0) \tau_{xx} \dot{\gamma} - \frac{1}{2} (\lambda_1 + \mu_1 - \mu_0) \tau_{yy} \dot{\gamma} + \frac{1}{2} \mu_0 \tau_{xx} \dot{\gamma} = -\eta_0 \dot{\gamma} \quad 82$$

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

Hareket denkleminin bileşenleri

$$-(\lambda_1 + \mu_1) \tau_{yy} \dot{\gamma} = \eta_0 (\lambda_2 + \mu_2) \dot{\gamma}^2$$

$$+(\lambda_1 - \mu_1) \tau_{xx} \dot{\gamma} = -\eta_0 (\lambda_2 - \mu_2) \dot{\gamma}^2$$

$$\tau_{zz} = 0$$

$$\tau_{xx} + \frac{1}{2} (\lambda_1 - \mu_1 + \mu_0) \tau_{xx} \dot{\gamma} - \frac{1}{2} (\lambda_1 + \mu_1 - \mu_0) \tau_{yy} \dot{\gamma} + \frac{1}{2} \mu_0 \tau_{xx} \dot{\gamma} = -\eta_0 \dot{\gamma}$$

3 denklemin ortak çözümü materyal fonksiyonlarını verir

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1 + [\lambda_1 \lambda_2 + (\mu_0 - \mu_1) \mu_2] \dot{\gamma}^2}{1 + [\lambda_1^2 + (\mu_0 - \mu_1) \mu_1] \dot{\gamma}^2} = \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2}$$

$$\frac{\psi_1}{2\eta_0 \lambda_1} = \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\frac{\psi_2}{2\eta_0 \lambda_1} = -\left(1 - \frac{\mu_1}{\lambda_1}\right) \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2} + \left(1 - \frac{\mu_2}{\lambda_2}\right) \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

83

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

3 denklemin ortak çözümü materyal fonksiyonlarını verir

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1 + [\lambda_1 \lambda_2 + (\mu_0 - \mu_1) \mu_2] \dot{\gamma}^2}{1 + [\lambda_1^2 + (\mu_0 - \mu_1) \mu_1] \dot{\gamma}^2} = \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2}$$

$$\frac{\psi_1}{2\eta_0 \lambda_1} = \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\frac{\psi_2}{2\eta_0 \lambda_1} = -\left(1 - \frac{\mu_1}{\lambda_1}\right) \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2} + \left(1 - \frac{\mu_2}{\lambda_2}\right) \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Kayma hızına bağlı özlülük ve normal stres katsayıları elde edildi

Oldroyd B modeli kullanılmış olsaydı normal stres katsayıları kayma hızından bağımsız olarak bulunacaktı

Polimerik sıvıların çoğunluğu için kayma hızı \uparrow özlülük \downarrow $-0 < \sigma_2 < \sigma_1$

84

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

3 denklemin ortak çözümü materyal fonksiyonlarını verir

$$\frac{\eta}{\eta_0} = \frac{1 + [\lambda_1 \lambda_2 + (\mu_0 - \mu_1) \mu_2] \dot{\gamma}^2}{1 + [\lambda_1^2 + (\mu_0 - \mu_1) \mu_1] \dot{\gamma}^2} = \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2}$$

$$\frac{\psi_1}{2\eta_0 \lambda_1} = \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2} - \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

$$\frac{\psi_2}{2\eta_0 \lambda_1} = -\left(1 - \frac{\mu_1}{\lambda_1}\right) \frac{1 + \sigma_2 \dot{\gamma}^2}{1 + \sigma_1 \dot{\gamma}^2} + \left(1 - \frac{\mu_2}{\lambda_2}\right) \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

Kayma hızına bağlı özgülük ve normal stres katsayıları elde edildi

Oldroyd B modeli kullanılmış olsaydı normal stres katsayıları kayma hızından bağımsız olarak bulunacaktı

Polimerik sıvıların çoğunluğu için $\mu_1 < \lambda_1$ $\mu_2 < \lambda_2$ ve $\lambda_2 < \lambda_1 \rightarrow \mu_1 = \lambda_1$ $\mu_2 = \lambda_2$ 85

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

Modelin basitleştirilmesi için deneysel verilerle model sonuçlarının karşılaştırılması gerekir

Benzer biçimde parametrelerin deneysel sonuçları açıklaması için kısıtlamalara gitmek gerekebilir

86

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

Küçük yer değiştirmeli salınım hareketi

$$\hat{\varepsilon} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\varepsilon} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\varepsilon}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma}| \hat{\varepsilon} + \hat{\varepsilon} \bullet \hat{\gamma} = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma}| \hat{\gamma} \right)$$

$$tr \hat{\varepsilon} = \sum_i \hat{\varepsilon}_{ii}$$

Hareket denkleminin doğrusal olmayan bileşenleri düşer → Jeffreys modeline dönüşür

$$\frac{\eta'}{\eta_0} = \frac{1 + \lambda_1 \lambda_2 \omega^2}{1 + \lambda_1^2 \omega^2}$$

$$\frac{\eta''}{\eta_0} = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2) \omega}{1 + \lambda_1^2 \omega^2}$$

87

KOROTASYONEL TÜREVLER VE DOĞRUSAL OLMAYAN VİSKOELASTİK MODELLER

Küçük yer değiştirmeli salınım hareketi

$$\hat{\varepsilon} + \lambda_1 \frac{D}{Dt} \hat{\varepsilon} + \frac{1}{2} \mu_0 (tr \hat{\varepsilon}) \hat{\gamma} - \frac{1}{2} \mu_1 |\hat{\gamma}| \hat{\varepsilon} + \hat{\varepsilon} \bullet \hat{\gamma} = -\eta_0 \left(\hat{\gamma} + \lambda_2 \frac{D}{Dt} \hat{\gamma} - \mu_2 |\hat{\gamma}| \hat{\gamma} \right)$$

$$tr \hat{\varepsilon} = \sum_i \hat{\varepsilon}_{ii}$$

Oldroyd modelinin çözümü

$$\frac{\bar{\eta}}{3\eta_0} = \frac{1 - \mu_2 \dot{\varepsilon} + \mu_2 (3\mu_0 - 2\mu_1) \dot{\varepsilon}^2}{1 - \mu_1 \dot{\varepsilon} + \mu_1 (3\mu_0 - 2\mu_1) \dot{\varepsilon}^2}$$

88

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Yatışkın koşullarda uzamalı akışta elastiklik sabitleri yok
- Küçük yer değiştirmeli salınımlı akışta özlülük sabitleri yok
 - Viskoelastik modelin farklı özelliklerini bulmak için farklı reometrik yöntemler kullanılarak sonuçların birlikte analizi gerekir
 - Polimer sistemlerinin moleküler kuramı kullanılarak deneysel çalışma alanını daraltmak olası
 - Polimerlerin kinetik kuramı gazların kinetik kuramından daha karmaşık
 - Polimerlerin kinetik kuramı sabitlerin reolojik testlerden elde edilebilir

89

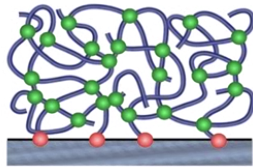
POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Polimerlerin kinetik kuramı
 - *Moleküler ağ kuramları (network theories)*
 - *Tek molekülün yapısına dayandırılmış kuramlar (single molecule theories)*

90

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Moleküler ağ kuramı
 - Kauçuğun mekanik özelliklerinin incelenmesi ile başlar
 - Yapay kauçuk molekülleri vulkanizasyon sonucu çapraz bağlarla birbirine bağlanır
 - Polimer eriyik ve çözeltilerinde benzer davranış biçimi gözlemlenmiştir
 - Yan yana polimer zincirlerinin birbirine bağlandığı kavşak noktaları
 - Kavşak noktaları geçici
 - Zincirler bir süre kavşak noktalarından bağlanmış biçimde hareket ederler
 - Sonra birbirlerinden ayrılıp başka zincirlerle kavşak noktaları oluştururlar
 - Birleşme-ayırma kinetiği



91

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Tek molekülün yapısına dayandırılmış kuramlar
 - Seyreltik polimer çözeltileri için geçerli
 - Zincirler arası etkileşimler çok az
 - Birbirine yaylarla bağlı bir dizi küçük küreler → *boncuk-yay modeli (bead spring model)*
 - Bu moleküler yapıda boncuklar çözücü içinde Stokke yasasına göre hareket etmeye çalışırken çarpışarak Brown tipi hareket yaparlar
 - Kinetik kuramı moleküllerin oryantasyonunu gösteren *dağılım fonksiyonu (distribution function)* verir
 - Bu dağılım bulunduğundan sonra makroskopik özellikler hesaplanabilir
 - Derişik polimer çözeltileri
 - Etraftaki moleküllerin yarattığı *ortalama kuvvet alanı (mean force field)* içinde hareket eden boncuk-yay sistemleri
 - Bu kuvvet alanı nedeniyle boncuk-yay sistemlerinin polimer zincirleri boyunca hareketi zincirlere dik hareketten dah kolay
 - Yılankavi hareket yaparlar

92

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Bir yayın ucuna tali iki boncuk
 - Yayın tepkisi doğrusal değil
 - Yay belirli uzama kapasitesine sahip
 - Yay üzerinde uygulanan kuvvet
- Boncukların çözücü içindeki hareketi sırasında neden olduğu sürtünme
 - Stoke yasası
- Anahtar fiziksel unsurlar
 - Moleküler oryantasyon
 - Moleküler uzama
 - Belirli uzama kapasitesi

$$F^{(c)} = \frac{HQ}{1 - \left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2}$$

H=yay sabiti
Q=Yay oryantasyonu ve uzama vektörü
Q₀=Yay için maksimum uzam

$$\xi = 6\pi\eta_s a$$

a=boncukların çapı
η_s=çözücünün özlülüğü
Q₀=Yay için maksimum uzam

93

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Newton tipi çözücü ve içindeki polimer için stres tensörü
 - $\tau = \tau_s + \tau_p$
 - $\tau_s = -\eta_s \dot{\gamma}$
- Newton tipi çözücü ve içindeki polimer için stres tensörü
 - $Z\tau_p + \lambda_H \left(\frac{D}{Dt} \tau_p - \frac{1}{2} \dot{\gamma} \bullet \tau_p + \tau_p \bullet \dot{\gamma} \right) - \lambda_H (\tau_p - nKT\delta) \frac{D \ln Z}{Dt} = -\eta_{KT} \lambda_H \dot{\gamma}$
 - $\lambda_H = \frac{\xi}{4H}$
 - $Z = 1 + \frac{3}{b} \left(1 - \frac{tr \tau_p}{3nKT} \right)$
 - $b = \frac{H Q_0^2}{KT}$
 - n=polimer moleküllerinin sayısal yoğunluğu
 - λ_H=süre sabiti (0.01-10 s)
 - Z ve b=uzama parametreleri (10-100)

94

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Modelin 4 parametresi reolojik ölçümlerle bulunabilir
 - $\tau = \tau_s + \tau_p$
 - $\tau_s = -\eta_s \dot{\gamma}$
- Newton tipi çözücü ve içindeki polimer için stres tensörü
 - $Z\tau_p + \lambda_H \left(\frac{D}{Dt} \tau_p - \frac{1}{2} \dot{\gamma} \bullet \tau_p + \tau_p \bullet \dot{\gamma} \right) - \lambda_H (\tau_p - nKT\delta) \frac{D \ln Z}{Dt} = -\eta_{KT} \lambda_H \dot{\gamma}$
 - $\lambda_H = \frac{\xi}{4H}$
 - $Z = 1 + \frac{3}{b} \left(1 - \frac{tr \tau_p}{3nKT} \right)$
 - $b = \frac{H Q_0^2}{KT}$
 - n=polimer moleküllerinin sayısal yoğunluğu
 - λ_H=süre sabiti (0.01-10 s)
 - Z ve b=uzama parametreleri (10-100)

95

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- FENE-P modeli (*finite extensible nonlinear elastic model in the Peterlin approximation*)
 - $\tau = \tau_s + \tau_p$
 - $\tau_s = -\eta_s \dot{\gamma}$
- FENE-P modeli (*finite extensible nonlinear elastic model in the Peterlin approximation*)
 - $Z\tau_p + \lambda_H \left(\frac{D}{Dt} \tau_p - \frac{1}{2} \dot{\gamma} \bullet \tau_p + \tau_p \bullet \dot{\gamma} \right) - \lambda_H (\tau_p - nKT\delta) \frac{D \ln Z}{Dt} = -\eta_{KT} \lambda_H \dot{\gamma}$
 - $\lambda_H = \frac{\xi}{4H}$
 - $Z = 1 + \frac{3}{b} \left(1 - \frac{tr \tau_p}{3nKT} \right)$
 - $b = \frac{H Q_0^2}{KT}$
 - n=polimer moleküllerinin sayısal yoğunluğu
 - λ_H=süre sabiti (0.01-10 s)
 - Z ve b=uzama parametreleri (10-100)

96

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

- Peterlin yaklaşımı

$$\left(\frac{Q}{Q_0}\right)^2 = \frac{\langle Q^2 \rangle}{\langle Q_0^2 \rangle}$$

- FENE-P modeli 6 parametrelidir Oldroyd modelinden daha karmaşık

- Stresler doğrusal değil
- Molekül yapısı tanımlandığı için
 - Akış probleminin çözülmesi moleküler oryantasyon ve uzamın çözülmesini sağlar
 - Kinetik kuramın uygulanması

$$\frac{\langle Q^2 \rangle}{\langle Q_0^2 \rangle} = 1 - Z^{-1}$$

97

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

Örnek

FENE-P modeline

uyan bir polimerin yatışkın koşullarda kayma ve uzamalı akışı için materyal fonksiyonlarını elde ediniz

Yatışkın koşullarda kayma

$$Z\tau_{p_{xx}} = 2\tau_{p_{yx}} \lambda_H \dot{\gamma}$$

$$Z\tau_{p_{yx}} = -nKT\lambda_H \dot{\gamma}$$

$$Z = 1 + \frac{3}{b} \left(1 - \frac{\tau_{p_{xx}}}{3nKT} \right)$$

98

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

Örnek Devam)

Yatışkın koşullarda kayma

$$Z\tau_{p_{xx}} = 2\tau_{p_{yx}} \lambda_H \dot{\gamma}$$

$$Z\tau_{p_{yx}} = -nKT\lambda_H \dot{\gamma}$$

$$Z = 1 + \frac{3}{b} \left(1 - \frac{\tau_{p_{xx}}}{3nKT} \right)$$

Boyutsuz kayma stresi

$$T_{p_{yx}} = \frac{\tau_{p_{yx}}}{3nKT}$$

$$T_{p_{yx}}^3 + 3pT_{p_{yx}} + 2q = 0$$

$$p = \frac{b}{54} + \frac{1}{18}$$

$$q = \frac{b}{108} \lambda_H \dot{\gamma}$$

99

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

Örnek Devam)

Boyutsuz kayma stresi

$$T_{p_{yx}} = \frac{\tau_{p_{yx}}}{3nKT}$$

$$T_{p_{yx}}^3 + 3pT_{p_{yx}} + 2q = 0$$

$$p = \frac{b}{54} + \frac{1}{18}$$

$$q = \frac{b}{108} \lambda_H \dot{\gamma}$$

$$T_{p_{yx}} = -2p^{1/2} \sinh\left(\frac{1}{3} \sinh^{-1} qp^{-3/2}\right)$$

100

Deneysel olarak ölçülen özlülüğe karşı kayma hızı ve 1. normal stres farkına karşı kayma hızı verileri elde edilerek denklem değerleriyle karşılaştırılır

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

Örnek Devam)

Boyutsuz kayma stresi

$$T_{p_{yx}} = \frac{\tau_{p_{yx}}}{3nKT}$$

$$T_{p_{yx}}^3 + 3pT_{p_{yx}} + 2q = 0$$

$$p = \frac{b}{54} + \frac{1}{18}$$

$$q = \frac{b}{108} \lambda_H \dot{\gamma}$$

$$T_{p_{yx}} = -2p^{1/2} \sinh\left(\frac{1}{3} \sinh^{-1} qp^{-3/2}\right)$$

Özlülüğün sınır değerleri

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \eta - \eta_s = nKT\lambda_H \left(\frac{b}{b+3}\right)$$

$$\dot{\gamma} \rightarrow \infty \quad \eta - \eta_s = nKT\lambda_H \left(\frac{b}{2\lambda_H^2 \dot{\gamma}^2}\right)^{1/3}$$

Yüksek kayma hızlarında $\rightarrow n=1/3$ olmak kaydıyla üslü yasaya uyar

101

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

Örnek Devam)

Akış problemi çözüldükten sonra uzama problemi de çözülebilir

$$Z\tau_{p_{xx}} = 2\tau_{p_{yx}} \lambda_H \dot{\gamma}$$

$$\psi_1 = \frac{2(\eta - \eta_s)^2}{nKT}$$

$$\psi_2 = 0$$

$$Z = 1 + \frac{3}{b} \left(1 - \frac{\tau_{p_{xx}}}{3nKT}\right)$$

102

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

Örnek Devam)

Yatışkın koşullarda uzamalı akış

$$Z\tau_{p_{xx}} + \tau_{p_{xx}} \lambda_H \dot{\epsilon} = nKT\lambda_H \dot{\epsilon}$$

$$Z\tau_{p_{yy}} + \tau_{p_{yy}} \lambda_H \dot{\epsilon} = nKT\lambda_H \dot{\epsilon}$$

$$Z\tau_{p_{zz}} - 2\tau_{p_{xx}} \lambda_H \dot{\epsilon} = -2nKT\lambda_H \dot{\epsilon}$$

$$Z = 1 + \frac{3}{b} \left(1 - \frac{\tau_{p_{xx}} + \tau_{p_{yy}} + \tau_{p_{zz}}}{3nKT}\right)$$

Boyutsuz kayma stresi tanımını kullanarak uzama göre 3. derece polinom elde edildikten sonra uzama özlülüğü için çözümler

103

POLİMERİK SIVILARIN MOLEKÜLER KURAMI

Örnek Devam)

Özlülüğün sınır değerleri

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \eta - \eta_s = nKT\lambda_H \left(\frac{b}{b+3}\right)$$

$$\dot{\gamma} \rightarrow \infty \quad \eta - \eta_s = nKT\lambda_H \left(\frac{b}{2\lambda_H^2 \dot{\gamma}^2}\right)^{1/3}$$

104