

1- $\sum_{k=1}^{\infty} 2\left(\frac{3}{5}\right)^{k-1}$ geometrik serisi yakınsaksa değerini bulunuz.

2- $f(x,y) = \frac{x^2 \sqrt{y}}{\ln x}$ fonksiyonunun tanım kümesini belirleyiniz.

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Gözüm:

$$1. \sum_{k=1}^{\infty} 2\left(\frac{3}{5}\right)^{k-1} \stackrel{\left(|r|=\frac{3}{5}<1 \text{ old. serisi yakınsak}\right)}{=} \frac{2}{1-\frac{3}{5}} = \frac{2}{\frac{2}{5}} = \boxed{5}$$

2- \sqrt{y} nin tanımından $y \geq 0$

$\ln x$ in tanımından $x > 0$ olmalı.

Ayrıca $\ln x \neq 0$ olması gerektiğinden

$\Leftrightarrow x \neq 1$ olmalı. Buna göre

f'nin tanım kümesi

$$D(f) = \{(x,y) : x > 0 \text{ ve } x \neq 1, y \geq 0, x,y \in \mathbb{R}\} \text{ olur.}$$

1- $\sum_{k=1}^{\infty} 3 \left(\frac{-2}{3} \right)^{k-1}$ geometrik serisi yakınsaksa değerini bulunuz.

2- $f(x, y, z) = \sqrt{x+ay} + \ln\left(\frac{xy}{z}\right)$ veriliyor. $f(3,2,6) = 3$ olması için a değeri ne olmalıdır?

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Çözüm:

1) $r = -\frac{2}{3}$ olup $|r| = \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} < 1$ olduğundan seri yakınsak.

$$\sum_{k=1}^{\infty} 3 \left(-\frac{2}{3} \right)^{k-1} = \frac{3}{1 + \frac{2}{3}} = \frac{3}{\frac{5}{3}} = \boxed{\frac{9}{5}}$$

$$2) f(3,2,6) = \sqrt{3+a \cdot 2} + \ln\left(\frac{3 \cdot 2}{6}\right)$$

$$= \sqrt{3+2a} + \ln 1$$

$$= \sqrt{3+2a} = 3$$

$$\Leftrightarrow 3+2a = 9$$

$$\Leftrightarrow 2a = 6$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a=3}$$

1- $\sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ geometrik serisi yakınsaksa değerini bulunuz.

2- $f(x, y) = \frac{\sqrt{x+y}}{1-e^x}$ fonksiyonunun tanım kümesini belirleyiniz.?

SÜRE: 15dk. (20 puan)

1) $n = -\frac{3}{2}$ olup $|r| = |-\frac{3}{2}| = \frac{3}{2} > 1$ olduğundan

$\sum_{n=1}^{\infty} 5 \left(-\frac{3}{2}\right)^{n-1}$ geometrik serisi iraksaktır.

2) $\sqrt{x+y}$ için $x+y \geq 0$ olmalı.

Ayrıca $1-e^x \neq 0$ olmalı. $\Leftrightarrow e^x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 0$ olur.

Değlere;

$D(f) = \{(x, y) : x+y \geq 0 \text{ ve } x \neq 0, x, y \in \mathbb{R}\}$

1- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ geometrik serisi yakınsaksa değerini bulunuz.

2- $f(x, y, z) = e^{axy} - \frac{\sqrt{yz}}{y}$ olduğuna göre $f(3, 2, 8) = -1$ olması için a sayısı ne olmalıdır?

SÜRE: 15dk. (20 puan)

Cözüm:

1) $r = \frac{1}{2}$ olup $|\frac{1}{2}| = \frac{1}{2} < 1$ olduğundan seri yakınsaktır.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{1}{2}} = \boxed{1}$$

$$2) f(3, 2, 8) = e^{a \cdot 3 \cdot 2} - \frac{\sqrt{2 \cdot 8}}{2} = e^{6a} - \frac{\sqrt{16}}{2}$$

$$= e^{6a} - \frac{4}{2} = e^{6a} - 2 = -1$$

$$\Leftrightarrow e^{6a} = 1 = e^0$$

$$\Leftrightarrow 6a = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{a=0}$$