

1- $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & : x \neq 0 \\ 1 & : x = 0 \end{cases}$ fonksiyonu $x = 0$ da sürekli mi? Neden?

2- $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ise $f'(1)$ değerini bulunuz.

SÜRE: 15 dk. (10+10=20 puan)

Çözüm:

$$1) \left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{x} = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

olduğundan $x=0$ da fonksiyonun limiti $\neq k \Rightarrow x=0$ da f sürekli değil

$$2) f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x^2+1}} \cdot (x^2+1)' = \frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$$

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$$

1- $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1: 1 \leq x \\ 2x - 1: 1 > x \end{cases}$ fonksiyonu $x = 1$ de süreklili mi? Neden?

2- $f(x) = (\sqrt{x} + 1)^2$ ise $f'(2) = ?$

SÜRE: 15 dk. (10+10=20 puan)

Çözüm:

$$1) \left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} 2x - 1 = 2 - 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} x^2 + 1 = 1 + 1 = 2 \end{aligned} \right\} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

olduğundan $x = 1$ de fonksiyonun limiti yoktur $\Rightarrow x = 0$ de f sürekli değildir.

$$2) f'(x) = 2(\sqrt{x} + 1) \cdot (\sqrt{x} + 1)' = 2(\sqrt{x} + 1) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}$$

$$f'(2) = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2}}$$

1- $f(x) = \begin{cases} 1-x & : 0 \leq x \\ x^2+1 & : 0 > x \end{cases}$ fonksiyonu $x=0$ da sürekli mi? Neden?

2- $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$ ise $f'(3)$ değerini bulunuz.

SÜRE: 15 dk. (10+10=20 puan)

Çözüm

$$\left. \begin{array}{l} 1) \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x^2+1) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1-x) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1 \text{ olur.}$$

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 1$ olduğundan
 f $x=0$ da sürekli dir.

$$2). f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2+1)}{x^2} = \frac{2x^2 - x^2 - 1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$$

$$f'(3) = \frac{3^2 - 1}{3^2} = \boxed{\frac{8}{9}}$$

1- $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}-2 & : 1 \leq x \\ 1 & : 1 > x \end{cases}$ fonksiyonu $x=1$ da sürekli mi? Neden?

2- $f(x) = \frac{1}{x} - 5x^2$ ise $f'(1)$ değerini bulunuz.

SÜRE: 15 dk. (10+10=20 puan)

Çözüm!

$$1) \left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{x}-2) = 3-2=1 \end{array} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \text{ olur.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(1) = 1 \text{ olduğundan}$$

$x=1$ de f süreklidir.

$$2). f'(x) = -\frac{1}{x^2} - 10x \Rightarrow f'(1) = -\frac{1}{1} - 10 \cdot 1 = \boxed{-11}$$