

Öğrenci Bilgileri

Numarası

Adı Soyadı

Fakülte

Bölüm



Oturum Bilgileri

Yerleşke

Salon

Bina

Sıra No

Sorular

**ZORUNLU ORTAK SERVİS DERSLERİ
MATEMATİK-I/MAT101 DERSİ BÜTÜNLEME SINAVI**

1	2	3	4	5	Toplam	GİRMEDİ

AD-SOYAD :

NUMARA :

İMZA :

SINAV SÜRESİ 90 DAKİKADIR, BAŞARILAR.

1- a) (10P) $2^y - x = 2e^x y$ kapalı fonksiyonunun $(0, 1)$ noktasındaki türevinin değerini bulunuz.

Eşitliğin her iki yanının x 'e göre türevi alınırsa

$$2^y \cdot \ln 2 \cdot y' - 1 = 2e^x y + 2e^x y'$$

$x=0, y=1$ aldığımızda

$$2 \cdot \ln 2 \cdot (y'|_{(0,1)}) - 1 = 2e^0 \cdot 1 + 2e^0 \cdot (y'|_{(0,1)})$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \ln 2 (y'|_{(0,1)}) - 1 = 2 + 2 (y'|_{(0,1)})$$

$$\Rightarrow (2 \cdot \ln 2 - 2) (y'|_{(0,1)}) = 3$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} \Big|_{(0,1)} = \frac{3}{2(\ln 2 - 1)}}$$

b) (10P) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{3x+1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right) = ?$ ($\infty - \infty$) belirsizliği var.

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(3x+1) \sin x - x}{x \cdot \sin x} \stackrel{\text{L'Hos.}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \sin x + (3x+1) \cos x - 1}{\sin x + x \cos x} \stackrel{\text{L'Hos.}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \cos x + 3 \cos x - (3x+1) \sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x}$$

$$\stackrel{\text{L'Hos.}}{=} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \cos x + 3 \cos x - (3x+1) \sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x}$$

$$= \frac{3+3-0}{1+1-0} = \frac{6}{2} = \boxed{3}$$

$$2- a) (10P) \int \frac{1}{x(x^2-x-2)} dx = ?$$

$$\frac{1}{x(x^2-x-2)} = \frac{1}{x(x-2)(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x-2} + \frac{C}{x+1}$$

$$1 = A(x^2-x-2) + Bx(x+1) + Cx(x-2)$$

$$= (A+B+C)x^2 + (-A+B-2C)x + 2A$$

$$\Rightarrow A+B+C=0, \quad -A+B-2C=0, \quad -2A=1 \Rightarrow \boxed{A=-\frac{1}{2}}$$

$$\left. \begin{array}{l} B+C=\frac{1}{2} \\ B-2C=-\frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} B+C=\frac{1}{2} \\ -B+2C=\frac{1}{2} \end{array} \Rightarrow 3C=1 \Rightarrow \boxed{C=\frac{1}{3}} \text{ ve } \boxed{B=\frac{1}{6}}$$

Dura göre;

$$\int \frac{1}{x(x^2-x-2)} dx = -\frac{1}{2} \int \frac{1}{x} dx + \frac{1}{6} \int \frac{1}{x-2} dx + \frac{1}{3} \int \frac{1}{x+1} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \ln|x| + \frac{1}{6} \ln|x-2| + \frac{1}{3} \ln|x+1| + C$$

bulunur.

$$b) (10P) \int_0^{\pi/2} \cos^3 x \tan x dx = ?$$

$$= \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sin x dx$$

$$\left(\begin{array}{l} u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow -du = \sin x dx \\ x=0 \Rightarrow u=1 \\ x=\frac{\pi}{2} \Rightarrow u=0 \end{array} \right)$$

$$= \int_1^0 u^2 (-du) = \int_0^1 u^2 du = \left(\frac{u^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$3-(a) (10P) \int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx = ?$$

$$(u = e^x \Rightarrow du = e^x dx.)$$

$$\int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}} dx = \int \frac{du}{\sqrt{4-u^2}} = \sin^{-1}\left(\frac{u}{2}\right) + c$$

$$= \boxed{\sin^{-1}\left(\frac{e^x}{2}\right) + c}$$

b) (10P) $\int_{-\infty}^0 4xe^{-x^2} dx$ integralinin yakınsak ya da ıraksak olup olmadığını araştırınız.

Eğer yakınsak ise değerini bulunuz.

$$u = -x^2 \Rightarrow du = -2x dx \Rightarrow -\frac{1}{2} du = x dx$$

$$\int 4xe^{-x^2} dx = \int 4e^u \cdot \left(-\frac{1}{2} du\right) = -2 \int e^u du = -2e^u + c$$

$$= -2e^{-x^2} + c \text{ olur.}$$

Buna göre.

$$\int_{-\infty}^0 4xe^{-x^2} dx = \lim_{a \rightarrow -\infty} \int_a^0 4xe^{-x^2} dx$$

$$= \lim_{a \rightarrow -\infty} \left(-2e^{-x^2} \Big|_a^0\right)$$

$$= \lim_{a \rightarrow -\infty} \left(-2 + \frac{2}{e^{a^2}}\right) = -2 \text{ olup integral}$$

yakınsaktır ve.

$$\int_{-\infty}^0 4xe^{-x^2} dx = \boxed{-2} \text{ dir.}$$

4- a) (10P) $y = \ln(\sec x)$, $0 \leq x \leq \pi/4$ eğrisinin yay uzunluğunu bulunuz.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sec x} \cdot \sec x \cdot \tan x = \tan x$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \tan^2 x$$

$$L = \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = \int_0^{\pi/4} \sqrt{1 + \tan^2 x} dx = \int_0^{\pi/4} \sqrt{\sec^2 x} dx$$

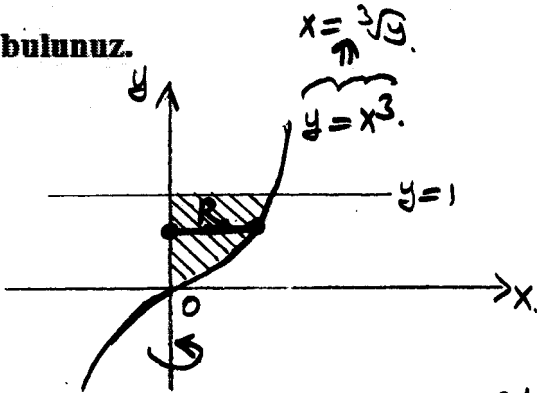
$$= \int_0^{\pi/4} |\sec x| dx = \int_0^{\pi/4} \sec x dx = \ln(\sec x + \tan x) \Big|_0^{\pi/4}$$

$\left(\begin{array}{l} x = (0, \pi/4) \text{ için} \\ \sec x > 0 \end{array} \right) \uparrow$

$$= \ln\left(\sec \frac{\pi}{4} + \tan \frac{\pi}{4}\right) - \ln(\sec 0 + \tan 0)$$

$$= \ln\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right) - \ln(1+0) = \boxed{\ln\left(\frac{2}{\sqrt{2}} + 1\right)} \text{ br. olur.}$$

b) (10P) y -ekseni, $y=1$ doğrusu ve $y=x^3$ eğrisi tarafından sınırlanan bölgenin y -ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşturulan dönel cismin hacmini bulunuz.



$$A(y) = \pi \cdot (R(y))^2 = \pi (3\sqrt[3]{y})^2 = \pi y^{2/3}$$

$$V = \int_0^1 A(y) dy = \int_0^1 \pi y^{2/3} dy = \left(\frac{\pi \cdot y^{5/3}}{5/3} \Big|_0^1 \right)$$

$$= \pi \cdot \frac{3}{5} \cdot \left(y^{5/3} \Big|_0^1 \right)$$

$$= \boxed{\frac{3}{5} \pi \text{ br}^3} \text{ olur.}$$

5- Aşağıdaki boşlukları doldurunuz.

a) (4P) $f(x) = \ln(1 - |x|)$ fonksiyonunun tanım kümesi $(-1, 1)$ aralığıdır.

b) (4P) $[0, \infty)$ aralığı üzerinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunun yatay asimptotu $y = 2$ doğrusu olduğuna göre

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - x}{3 - 2x^2} f(x) \right) = -\frac{1}{2} \cdot 2 = \boxed{-1} \text{ dir.}$$

c) (4P) $y = \sinh(\ln 2x)$ ise $\frac{dy}{dx} = \frac{\cosh(\ln 2x)}{x}$ dir.

Aşağıda verilen ifadelerin doğru ya da yanlış olup olmadığını belirleyiniz.

d) (4P) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x > 2 \\ 3 & ; x \leq 2 \end{cases}$

fonksiyonu süreklidir.

DOĞRU.
(.....)

e) (4P) $\tanh^2 x = 1 + \operatorname{sech}^2 x$ dir.

YANLIŞ
(.....)